



Guía de Aprendizaje

Unidad: Datos y azar

Subsector: Matemática

Nivel: III Medio

Objetivo Aprendizaje: Comprender medidas de tendencia central y posición

Objetivo de la Guía: Recordar y profundizar conceptos estudiados en años anteriores sobre medidas de tendencia central y posición

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Las medidas de tendencia central son indicadores que representan valores numéricos en torno a los cuales tienden a agruparse los valores de una variable estadística. Las medidas de tendencia central más utilizadas son: **media aritmética, mediana y moda.**

3.1 MEDIA ARITMÉTICA O PROMEDIO (\bar{x})

Es el cociente entre la suma de todos los datos y el número de datos. Si se tienen n datos: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, su media aritmética es

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

3.2 MEDIA ARITMÉTICA PARA DATOS ORGANIZADOS EN UNA TABLA DE FRECUENCIAS

Si los datos son: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, y las frecuencias respectivas son $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$, entonces la media aritmética es

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + x_3 \cdot f_3 + \dots + x_n \cdot f_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n}$$

Dato	Frecuencia
x_1	f_1
x_2	f_2
x_3	f_3
\vdots	\vdots
x_n	f_n

3.3 MEDIA ARITMÉTICA PARA DATOS AGRUPADOS EN INTERVALOS

Si las marcas de clases son: $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$, y las frecuencias de los intervalos respectivos son $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$, entonces la media aritmética es

$$\bar{x} = \frac{c_1 \cdot f_1 + c_2 \cdot f_2 + c_3 \cdot f_3 + \dots + c_n \cdot f_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n}$$

3.4 PROPIEDADES DE LA MEDIA ARITMÉTICA

- Si cada dato de una muestra se aumenta o disminuye en una constante k , la media aritmética aumenta o disminuye en la constante k .
- Si cada dato de una muestra se multiplica o divide por una constante k , la media aritmética se multiplica o divide por k .

EJERCICIOS

1. La media aritmética del siguiente conjunto de datos: 10; 8; 6; 0; 8; 3; 2; 2; 8; 0, es

2. La siguiente tabla de frecuencia corresponde a la estatura de 10 personas. ¿Cuál es la media aritmética de las estaturas?

Altura (m)	f
1,50	3
1,60	2
1,70	5

3. Complete los datos que faltan en la siguiente tabla:

EDAD DE 10 PERSONAS (EN AÑOS)

Edad en años	Marca de clase	f	f_r	$f_r(\%)$	F_r
[10, 20[2			
[20, 30[1			
[30, 40[
[40, 50[1			
[50, 60[2			

4. El número de computadores que hay en los hogares de un grupo de personas, viene dado en la tabla adjunta:

Nº de computadores	f
0	1
1	5
2	7
3	5
4	1

- ¿Cuántos hogares registra la muestra?
- ¿Cuántos computadores en total tiene la muestra?
- ¿Cuál es el promedio del nº de computadores por hogar que tiene la muestra?
- Si cada dato aumenta en 2, ¿cuál es el nuevo promedio?
- Si cada dato es multiplicado por 3, ¿cuál es el nuevo promedio?

RESPUESTAS

- 4,7
- 1,62
-

Edad en años	Marca de clase	f	f _i	f _i (%)	F _i
[10, 20]	15	2	0,2	20%	0,2
[20, 30]	25	1	0,1	10%	0,3
[30, 40]	35	4	0,4	40%	0,7
[40, 50]	45	1	0,1	10%	0,8
[50, 60]	55	2	0,2	20%	1,0

- | | | | | |
|-------|-------|------|------|------|
| a. 19 | b. 38 | c. 2 | d. 4 | e. 6 |
|-------|-------|------|------|------|

3.5 MODA (Mo)

Es el dato que presenta la mayor frecuencia absoluta (El dato que más se repite).

3.6 INTERVALO MODAL

Es el intervalo que presenta la mayor frecuencia absoluta.



OBSERVACIÓN:

La muestra puede ser:

AMODAL: Si no hay un dato que tenga mayor frecuencia.

UNIMODAL: Si existe un solo dato que tenga mayor frecuencia.

BIMODAL (o POLIMODAL): Si existen dos (o más) datos que tienen la misma frecuencia.

EJERCICIOS

1. La moda del siguiente conjunto de datos: 3, 7, 6, 5, 5, 7, 6, 8 y 7 es
2. En la siguiente tabla, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

Edades	[0, 10[[10, 20[[20, 30[[30, 40[
f	1	4	3	2

- I) El intervalo modal es [10, 20[.
- II) El promedio es 21.
- III) El número de personas que pertenecen al intervalo [30, 40[es un $66\frac{2}{3}\%$ del número de personas que pertenecen al intervalo [20, 30[.

RESPUESTAS

- | | |
|------|----------------|
| 1. 7 | 2. I, II y III |
|------|----------------|

3.7 MEDIANA (Me)

Es el dato que ocupa la posición central de la muestra cuando estos se encuentran ordenados en forma creciente o decreciente. Si la muestra tiene un número par de datos, la mediana es la media aritmética de los dos términos centrales.

CÁLCULO DE LA MEDIANA PARA TABLA DE FRECUENCIAS

Sea n el número de datos, entonces

- Si n es impar entonces la mediana es: $Me = x_{\frac{n+1}{2}}$
- Si n es par, entonces la mediana es: $Me = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2}$

CÁLCULO DE LA MEDIANA PARA DATOS AGRUPADOS EN INTERVALOS

Para n datos agrupados en intervalos, la mediana se encuentra en el primer intervalo en que la frecuencia acumulada es mayor o igual a $\frac{n}{2}$.

3 EJERCICIOS

1. Se encuestaron 8 familias y el número de personas por familia dio los siguientes resultados: 7; 3; 6; 2; 4; 6; 4 y 6. Entonces, la mediana es
2. La siguiente tabla representa las edades de un grupo de personas. ¿Cuál es la mediana?

Edad	f
17	5
18	10
19	7
20	8
Total	30

3. De acuerdo al conjunto de datos: 1; 2; 2; 3; 4; 5; 5; 6, determine si la afirmación es **verdadera (V)** o **falsa (F)**
 - a. ___ La muestra es bimodal.
 - b. ___ El promedio es 3,5.
 - c. ___ La mediana es 3.
 - d. ___ Al agregar un 5 la nueva mediana es 4.
 - e. ___ Al sacar un 5 la nueva mediana es 2,5.
 - f. ___ Al cambiar el 6 por un 7 la mediana cambia.
 - g. ___ Al reemplazar el número 3 por un 2 la nueva mediana es 3.

4. De los siguientes datos: $p + q$, $8p + 16q$, $10p + 20q$, $6p + 12q$, $2p + 4q$ y $4p + 8q$ enteros positivos, con $p < q$, la mediana es

5. Respecto de la tabla adjunta, conteste verdadero (V) o falso (F) a las afirmaciones

Edades	f
[0, 10[2
[10, 20[4
[20, 30[3
[30, 40[1

- a. El intervalo donde se encuentra la mediana es [10, 20[.
- b. La amplitud es 10.
- c. El promedio es 2,5.
- d. El intervalo modal es [10, 20[.
- e. La moda es 4.
- f. Existe mas de una mediana.

ESPUESTAS

1. 5	2. 18,5	3. a = V; b = V; c = F; d = V; e = F; f = F; g = V	4. $5p + 10q$	5. a. V; b. V; c. F; d. V; e. F; f. F
------	---------	--	---------------	---------------------------------------

MEDIDAS DE POSICIÓN

Las medidas de posición dividen a un conjunto de datos en partes iguales y sirven para clasificar a un individuo o elemento dentro de una determinada población o muestra.

Las medidas de posición más utilizadas son: Cuartiles, Quintiles, Deciles y Percentiles.

4.1 CUARTILES

Los cuartiles son tres valores que dividen los datos ordenados en cuatro partes iguales.

Los cuartiles son datos bajos los cuales se acumula el 25%, 50% y el 75% de los datos estudiados, se representan como Q_1 , Q_2 y Q_3 , respectivamente.

Recorrido intercuartílico: es la diferencia positiva entre Q_3 y Q_1 .

4.2 QUINTILES

Los quintiles son cuatro valores que dividen los datos ordenados en cinco partes iguales.

Los quintiles son datos bajos los cuales se acumula el 20%, 40%, 60% y el 80% de los datos estudiados.

4.3 DECILES

Los deciles son nueve valores que dividen los datos ordenados en diez partes iguales.

Los deciles son datos bajo los cuales se acumula el 10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 80% y el 90% de los datos estudiados.

4.4 PERCENTILES

Los percentiles son los 99 valores, que dividen los datos ordenados en 100 partes iguales.

Los percentiles son datos bajos los cuales se acumula el 1%, 2%, 3%,... y el 99% de los datos estudiados.

Para determinar el **LUGAR** en el que se ubica la medida de posición buscada, existe una relación que depende de la medida de posición que se desea calcular

Medida	Cuartil	Quintil	Decil	Percentil
Posición	$P_{Q_i} = i \cdot \frac{N+1}{4}$	$P_{K_i} = i \cdot \frac{N+1}{5}$	$P_{D_i} = i \cdot \frac{N+1}{10}$	$P_{P_i} = i \cdot \frac{N+1}{100}$

P_{Q_i} : posición del cuartil i , siendo $i = 1, 2, 3$

P_{K_i} : posición del quintil i , siendo $i = 1, 2, 3, 4$

P_{D_i} : posición del decil i , siendo $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

P_{P_i} : posición del percentil i , siendo $i = 1, 2, 3, 4, \dots, 99$

Método para determinar una medida de posición para datos no agrupados:

- Ordenar los datos en forma creciente
- Determinar el lugar que ocupa la medida de posición buscada.
- Respecto a la posición tenemos dos posibles resultados:
 - Número entero: el valor será el dato que ocupa ese lugar.
 - Número decimal: el valor será el promedio entre el dato que se encuentra a la izquierda de la posición con el dato que se encuentra a la derecha.

3 EJERCICIOS

1. Se consideran los cuadrados de los números naturales del 1 al 11 (ambos incluidos). Entonces, los valores de los cuartiles Q_1 , Q_2 y Q_3 , son respectivamente

2. La tabla muestra un fragmento de transformación de Puntaje Corregido (PC) a Puntaje Estándar (PS) para un Facsímil de matemática con 75 preguntas y sus correspondientes percentiles. ¿Cuál(es) de la siguientes proposiciones es (son) verdadera(s)?
 - I) Si un alumno quedó en el Percentil 89 significa que supera al 89% de los alumnos que rindió la prueba.
 - II) Hay 10 alumnos que tienen puntajes superiores a 640 .
 - III) Si un alumno está en el Percentil 87 significa que su puntaje es inferior al 13% de los alumnos que rindió la prueba.

PC	PS	Percentil
43	623	87
44	626	88
45	629	88
46	633	89
47	640	90