



Guía de Aprendizaje

Unidad: Datos y azar

Subsector: Matemática

Nivel: III Medio

Objetivo Aprendizaje: Comprender medidas de dispersión

Objetivo de la Guía: Reforzar los contenidos estudiados hasta la fecha sobre medidas de dispersión, rango, desviación media, varianza y desviación estándar.

Nombre: _____ **Curso:** _____ **Fecha:** / /

Medidas de dispersión

Las medidas de tendencia central ofrecen una idea aproximada del comportamiento de una serie estadística. No obstante, no resultan suficientes para expresar sus características: una misma media puede provenir de valores cercanos a la misma o resultar de la confluencia de datos estadísticos enormemente dispares. Para conocer en que grado las medidas de tendencia central son representativas de la serie, se han de complementar con medidas de dispersión. Nosotros hemos estudiado:

- Rango
- Desviación media
- Varianza
- Desviación estándar

RANGO

Dada una serie de valores x_1, x_2, \dots, x_n , su recorrido es la diferencia aritmética entre el máximo y el mínimo de estos valores:

$$Re = x_i (\text{máx}) - x_i (\text{mín}), \text{ siendo } i = 1, 2, \dots, n.$$

DESVIACIÓN MEDIA

Como medida de dispersión más frecuentemente utilizada, la desviación media se define como la media aritmética de los valores absolutos de la desviación de cada valor de la variable con respecto a la media. Su formulación matemática es la siguiente:

Para datos no agrupados se tiene:

$$D_{\bar{x}} = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + |x_3 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

Para datos agrupados se tiene:

$$D_{\bar{x}} = \frac{|x_{mc1} - \bar{x}| \cdot f_1 + |x_{mc2} - \bar{x}| \cdot f_2 + |x_{mc3} - \bar{x}| \cdot f_3 + \dots + |x_{mcn} - \bar{x}| \cdot f_n}{n}$$

Donde x_{mci} es la marca de clase del intervalo i , \bar{x} es la media aritmética de la variable, f_i es la frecuencia absoluta del intervalo i y n es el número total de datos.

Ejemplos:

1) Calcular la desviación media de la distribución: 9, 3, 8, 8, 9, 8, 9, 18 (DATOS NO AGRUPADOS)

$$\bar{x} = \frac{9 + 3 + 8 + 8 + 9 + 8 + 9 + 18}{8} = 9$$

$$D_{\bar{x}} = \frac{|9 - 9| + |3 - 9| + |8 - 9| + |8 - 9| + |9 - 9| + |8 - 9| + |9 - 9| + |18 - 9|}{8} \quad \text{Medio}$$

$$D_{\bar{x}} = 2,25$$

2) Calcular la desviación media de la distribución: (DATOS AGRUPADOS)

	x_i	f_i
[10, 15)	12.5	3
[15, 20)	17.5	5
[20, 25)	22.5	7
[25, 30)	27.5	4
[30, 35)	32.5	2
		21

Primero debemos calcular el promedio. Como se trata de datos agrupados multiplicamos las marcas de clase de cada intervalo por la frecuencia, y dividimos por el total de datos

$$\bar{x} = \frac{12,5 \cdot 3 + 17,5 \cdot 5 + 22,5 \cdot 7 + 27,5 \cdot 4 + 32,5 \cdot 2}{21} = \frac{457,5}{21} = 21,786$$

Luego, la desviación estándar será:

$$D_{\bar{x}} = \frac{|12,5 - 21,786| + |17,5 - 21,786| + |22,5 - 21,786| + |27,5 - 21,786| + |32,5 - 21,786|}{21} = \frac{98,57}{21} = 4,69$$

VARIANZA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR

La desviación media no siempre suministra una idea clara del grado de separación entre los valores de una variable estadística. Para estudios científicos, se prefiere utilizar una pareja de parámetros relacionados que se conocen como varianza y desviación típica.

La varianza se define como el cociente entre la suma de los cuadrados de las desviaciones de los valores de la variable y el número de datos del estudio. Matemáticamente, se expresa como:

Para datos no agrupados se tiene:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

Para datos agrupados se tiene:

$$\sigma^2 = \frac{(x_{mc1} - \bar{x})^2 \cdot f_1 + (x_{mc2} - \bar{x})^2 \cdot f_2 + (x_{mc3} - \bar{x})^2 \cdot f_3 + \dots + (x_{mcn} - \bar{x})^2 \cdot f_n}{n}$$

Donde x_{mci} es la marca de clase del intervalo i , \bar{x} es la media aritmética de la variable, f_i es la frecuencia absoluta del intervalo i y n es el número total de datos.

Por su parte, la desviación típica o estándar, simbolizada por σ , se define sencillamente como la raíz cuadrada de la varianza.

Ejemplos:

1) Calcular la varianza de la distribución: 9, 3, 8, 8, 9, 8, 9, 18

$$\bar{x} = \frac{9+3+8+8+9+8+9+18}{8} = 9$$

$$\sigma^2 = \frac{(9-9)^2 + (3-9)^2 + (8-9)^2 + (8-9)^2 + (9-9)^2 + (8-9)^2 + (9-9)^2 + (18-9)^2}{8} = 15$$

2) Calcular la varianza de la distribución de la tabla

	x_i	f_i
[10, 20)	15	1
[20, 30)	25	8
[30,40)	35	10
[40, 50)	45	9
[50, 60)	55	8
[60,70)	65	4
[70, 80)	75	2
		42

$$\bar{x} = \frac{15 \cdot 1 + 25 \cdot 8 + 35 \cdot 10 + 45 \cdot 9 + 55 \cdot 8 + 65 \cdot 4 + 75 \cdot 2}{42} = \frac{1820}{42} = 43,33$$

$$\sigma^2 = \frac{(15-43,33)^2 \cdot 1 + (25-43,33)^2 \cdot 8 + (35-43,33)^2 \cdot 10 + (45-43,33)^2 \cdot 9 + (55-43,33)^2 \cdot 8 + (65-43,33)^2 \cdot 4 + (75-43,33)^2 \cdot 2}{42}$$

$$\sigma^2 = \frac{9183,33}{42} = 218,65$$

Mientras que la desviación estándar será:

$$\sigma = \sqrt{218,65} = 14,78$$

EJERCICIOS

I. Marca la alternativa correcta:

1) ¿Cuál(es) de los siguientes indicadores es(son) medidas de tendencia central?

- I) Media
- II) Moda
- III) Rango

- a) Sólo I
- b) Sólo II
- c) Sólo III
- d) Sólo I y II
- e) I, II y III

2) ¿Cuál(es) de los siguientes indicadores es(son) una medida de dispersión?

- I) Rango
- II) Mediana
- III) Desviación estándar

- a) Sólo I
- b) Sólo II
- c) Sólo I y II
- d) Sólo I y III
- e) I, II y III

3) Con respecto a las medidas de dispersión, ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) falsa(s)?

- I) Representan los datos con mayor frecuencia.
- II) Sirven para determinar si los datos se encuentran en torno a la media o si están muy dispersos.
- III) Las más conocidas son: el rango, la mediana y la desviación estándar, entre otros.

- a) Sólo I
- b) Sólo II
- c) Sólo III
- d) Sólo I y III
- e) Sólo II y III

4) Según la siguiente tabla, ¿Cuál es el rango de duración de las llamadas para ambas personas?

Duración en minutos de las llamadas

Persona 1	1,4	3	7,9	22,01	7,8	1,09	8
Persona 2	5	6,8	4	2,03	17	5	3

- a) 7,31 y 6,11 respectivamente.
- b) 2,03 y 22,01 respectivamente.
- c) 20,92 y 14,97 respectivamente.
- d) 20,61 y 14,97 respectivamente.
- e) 44,19 y 21,75 respectivamente.

5) Los siguientes datos corresponden a una muestra respecto a la altura de 7 personas: Ana: 155 cm - Juan: 176 cm - Lucía: 161 cm - Sofía: 168 cm - Franco: 188 cm - Belén: 165 cm - Carlos: 177 cm. La desviación media de la altura de Franco es:

- a) 8 cm
- b) 18 cm
- c) - 8 cm
- d) - 18 cm
- e) -10 cm

II. Resuelve los siguientes ejercicios

1) Se encuestan a 20 personas y se les pregunta la edad. Los resultados fueron los siguientes:

Edad	x_i	f_i
[0,10[6
[10,20[10
[20,30]		4
		$n = 20$

a) Calcula desviación media y desviación estándar

2) Las notas de Ricardo en matemática son: 4,5 – 5,3 – 6,4 y las notas de Javiera son: 5,7 – 6,0 – 6,3. Calcula la DESVIACIÓN ESTÁNDAR de las notas de Ricardo y luego la de Javiera. ¿Quién tiene mayor variabilidad (dispersión) de sus notas?

3) La siguiente tabla muestra las notas que se sacaron 45 alumnos de un tercero medio en la última prueba de matemática

Nota	Nº de alumnos
1	2
2	4
3	7
4	10
5	15
6	5
7	2

Calcula la desviación media, la varianza y la desviación estándar

4) Las calificaciones de 50 alumnos en Matemáticas han sido las siguientes:

5, 2, 4, 9, 7, 4, 5, 6, 5, 7, 7, 5, 5, 2, 10, 5, 6, 5, 4, 5, 8, 8, 4, 0, 8, 4, 8, 6, 6, 3, 6, 7, 6, 6, 7, 6, 7, 3, 5, 6, 9, 6, 1, 4, 6, 3, 5, 5, 6, 7.

a) Construir la tabla de distribución de frecuencias.

b) Determina las medidas de dispersión desviación media, la varianza y la desviación estándar