Colegio Valentín Letelier
La Serena

Subsector: Matemática
Profesora: Roxana Muñoz

Guía de Aprendizaje

Unidad: Números Subsector: Matemática Nivel: II Medio
Objetivo Aprendizaje: Mostrar que comprenden las relaciones entre potencias, raíces enésimas y logaritmos:
- Comparando representaciones de potencias de exponente racional con raíces enésimas en la recta numérica.
- Convirtiendo raíces enésimas a potencias de exponente racional y viceversa.
- Describiendo la relación entre potencias y logaritmos.
- Resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios que involucren potencias, logaritmos y raíces enésimas

Objetivo de la Guía: Comprender definición de logaritmo. Comprender relaciones entre potencias, raíces enésimas y logaritmos.

Nombre: ____ Curso: _________ Fecha: ___/___/_______

Raíces enesimas:
Se puede interpretar una potencia de exponente fraccionario como una raíz enésima y viceversa, de modo que:

$\sqrt[n]{a}=a^{\frac{1}{n}}$ $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$ si n es par y m es impar, a $\in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$

Gracias a esto, se pueden realizar operaciones entre raíces enésimas aplicando las propiedades de las potencias para interpretar y simplificar el cálculo de expresiones que las involucran

Potencias, radicales y logaritmos

Veamos la relación que hay entre las potencias, los radicales y los logaritmos. Para ello, voy a partir de un ejemplo muy simple:

$4^2 = 4 \times 4 = 16$

- Cuando pretendemos obtener el resultado, conociendo la base y el exponente, realizamos la operación que denominamos potencia $4^2=x$ $x=16$
- Cuando buscamos hallar la base de la potencia debemos preguntarnos *"¿Qué número elevado al cuadrado da como resultado 16?"*, y obtenemos la respuesta a través de la operación denominada radicación $x^2=16$ $x=\sqrt{16}$ $x=4$
- Si lo que queremos encontrar es el exponente de dicha potencia, nos preguntaremos *"¿A qué exponente hay que elevar el número 4 para obtener como resultado 16?"*, y la respuesta buscada se llama logaritmo $\log_4 16=x$ $4^x=16$ $4^x=4^2$ $x=2$

Logaritmo
Definición de logaritmo:
El logaritmo en base *b* de un número *a* se representa por $\log_b(a)$ y es el número *c* que cumple $b^c = a$:

$$\log_b(a)=c \Leftrightarrow b^c=a$$

- El número *b* es la **base** del logaritmo. Tiene que ser un real positivo distinto de 1.
- El número *a* es el **argumento** del logaritmo.
- El número *c* es el **logaritmo** en base *b* de *a*.

Acá hay un video y una practica, a la izquierda de la página puedes encontrar mas actividades, la mayoría de los contenidos en khan academy tienen videos, ejemplos y ejercicios, recomiendo la página.
https://es.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-exp-and-log/alg-introduction-to-logarithms/v/logarithms
https://es.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-exp-and-log/alg-introduction-to-logarithms/a/intro-to-logarithms

EJERCICIOS:

Vamos a resolver la páginas 15 y 17 del cuadernillo de ejercicios. Voy a destacar los items que son mas importantes de resolver, cualquier duda a rmunz@cvl.cl o +56977296805

1 Calcula el valor de las siguientes expresiones.

a. $\sqrt[5]{-243} =$

b. $\sqrt[3]{729^2} =$

c. $\sqrt{0,0625} =$

d. $\sqrt[7]{128^3} =$

e. $\sqrt[4]{\dfrac{81}{4096}} =$

f. $\sqrt[6]{\dfrac{64}{15625}} =$

2 Analiza cada proposición. Luego, determina si es verdadera o falsa y justifica en ambos casos.

a. (_____) Si $(-8)^2 = 64$, entonces $\sqrt{64} = -8$.

R: ______________________________

b. (_____) La raíz sexta de -64 es -2.

R: ______________________________

c. (_____) Si $(-2)^3 = -8$, entonces la raíz cúbica de 8 es -2.

R: ______________________________

d. (_____) La raíz cúbica de -1000 es 10.

R: ______________________________

e. (_____) $\sqrt[5]{3125} = 5$.

R: ______________________________

f. (_____) $\sqrt[3]{-125} = 5$

R: ______________________________

3 Clasifica los números como racionales o irracionales.

a. $\sqrt[3]{-27}$ → ____________________

b. $\sqrt{15}$ → ____________________

c. $\sqrt[4]{256}$ → ____________________

d. $\sqrt[5]{32}$ → ____________________

e. $\sqrt{0,09}$ → ____________________

f. $\sqrt[7]{-32}$ → ____________________

4 Relaciona cada radical con una potencia según corresponda.

a. $\sqrt[7]{-1}$	$(-2)^3$
b. $(-4)^5$	$\sqrt[6]{729}$
c. $\sqrt[3]{216}$	$(-1)^7$
d. 2^6	$\sqrt[4]{10\,000}$
e. $\sqrt[3]{-729}$	6^3
f. 3^6	$\sqrt[6]{64}$
g. 10^4	$(-9)^3$
h. $\sqrt[4]{625}$	$\sqrt[5]{-1024}$
i. $\sqrt[3]{-8}$	5^4

5 Determina el valor de x en cada caso.

a. $\sqrt[x]{36} = 6$ x= ____________________

b. $\sqrt[3]{x} = -4$ x= ____________________

c. $\sqrt[10]{1} = x$ x= ____________________

d. $\sqrt[x]{-3125} = -5$ x= ____________________

e. $\sqrt[4]{2401} = x$ x= ____________________

f. $\sqrt[4]{x} = 8$ x= ____________________

g. $\sqrt[5]{243} = x$ x= ____________________

6 Aplica la propiedad de la multiplicación o de la división de radicales para calcular.

a. $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} =$ ____________________

b. $\dfrac{\sqrt[3]{-16}}{\sqrt[3]{2}} =$ ____________________

c. $\sqrt[5]{-9} \cdot \sqrt[5]{27} =$ ____________________

d. $\dfrac{\sqrt[4]{2500}}{\sqrt[4]{4}} =$ ____________________

7 Expresa como un solo radical cada caso y calcula.

a. $\sqrt[3]{\sqrt{64}} =$ ____________________

b. $\sqrt{\sqrt{2401}} =$ ____________________

c. $\sqrt{\sqrt[3]{\dfrac{1}{729}}} =$ ____________________

1 Escribe las siguientes potencias como raíz.

a. $25^{\frac{2}{3}} =$ ______

b. $45^{\frac{2}{5}} =$ ______

c. $32^{\frac{6}{9}} =$ ______

d. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{5}{7}} =$ ______

e. $(65xy)^{\frac{6}{3}} =$ ______

f. $(a + 8)^{\frac{6}{13}} =$ ______

g. $(x + y)^{\frac{5}{4}} =$ ______

2 Escribe las raíces dadas en forma de potencia.

a. $\sqrt[4]{2^5} =$ ______

b. $\sqrt{9^3} =$ ______

c. $\sqrt[5]{3^2} =$ ______

d. $\sqrt[7]{(a - 1)^6} =$ ______

e. $\sqrt[9]{(x + 8)^5} =$ ______

f. $\sqrt[9]{(x - y)^6} =$ ______

g. $\sqrt[p]{x^2 + 2xy + y^2} =$ ______

3 Simplifica las siguientes raíces.

a. $\sqrt[15]{6^{45}} =$ ______

b. $\sqrt[32]{512^4} =$ ______

c. $\sqrt[5]{8^{20}} =$ ______

d. $\sqrt[18]{27^6} =$ ______

e. $\sqrt[56]{256^7} =$ ______

f. $\sqrt[77]{15^{11}} =$ ______

g. $\sqrt[12]{64} =$ ______

4 Resuelve las siguientes multiplicaciones de raíces de distinto índice.

a. $\sqrt[3]{6^5} \cdot \sqrt{6} =$ ______

b. $\sqrt[5]{5^4} \cdot \sqrt[4]{5^3} =$ ______

c. $\sqrt[7]{\left(\frac{7}{9}\right)^8} \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{7}{9}\right)^5} =$ ______

d. $\sqrt[5]{a^6} \cdot \sqrt[6]{a^3} =$ ______

e. $\sqrt[8]{a^2} \cdot \sqrt[12]{a^9} =$ ______

f. $\sqrt[7]{\left(\frac{6}{15}\right)^3} \cdot \sqrt[10]{\left(\frac{6}{15}\right)^8} =$ ______

5 Resuelve las siguientes divisiones.

a. $\dfrac{\sqrt[4]{54^9}}{\sqrt[3]{54^2}} =$ ______

b. $\dfrac{\sqrt[6]{45^9}}{\sqrt[3]{45^5}} =$ ______

c. $\dfrac{\sqrt[14]{10^3}}{\sqrt[5]{10^4}} =$ ______

d. $\dfrac{\sqrt[7]{x^3}}{\sqrt[6]{x^4}} =$ ______

e. $\dfrac{\sqrt[3]{(ab)^6}}{\sqrt[7]{(ab)^3}} =$ ______

f. $\dfrac{\sqrt[8]{(x-5)^{15}}}{\sqrt[8]{(x-5)^{10}}} =$ ______

6 Determina si las siguientes equivalencias son verdaderas o falsas. Justifica las falsas.

a. (______) $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$

R: ______

b. (______) $7\sqrt{3} = \sqrt{21}$

R: ______

c. (______) $2\sqrt[3]{5} = \sqrt{30}$

R: ______

d. (______) $\sqrt[5]{64} = 2\sqrt[5]{2}$

R: ______