



Guía de Aprendizaje

Unidad: Números

Subsector: Matemática

Nivel: II Medio

Objetivo Aprendizaje: Realizar cálculos y estimaciones que involucren operaciones con números reales

- Utilizando la descomposición de raíces y las propiedades de las raíces.

- Combinando raíces con números racionales.

- Resolviendo problemas que involucren estas operaciones en contextos diversos.

Objetivo de la Guía: Comprender y ejercitar la descomposición y suma de raíces cuadradas

Nombre: _____ **Curso:** _____ **Fecha:** / / _____

Descomposición de raíces

Se define como la operación por medio del cual **un radicando logra salir de la raíz en donde se encuentra incluida.**

Sin embargo, para que pueda llevarse a cabo la descomposición de raíces, será necesario en primer lugar que **el radicando que se vaya a extraer de la raíz constituya una raíz exacta**

Ejemplos de descomposición de raíces:

a) Descompongamos $\sqrt{8}$

Primero, debemos determinar si la raíz es exacta, en este caso no lo es, ya que no existe ningún número que multiplicado por si mismo de como resultado 8.

Se deberá entonces descomponer el número en factores, en donde uno de ellos sí cuenta con una raíz exacta.

Debemos buscar entonces una raíz exacta que multiplicado con otro número nos de como resultado 8.

Ya que la raíz de 4 es exacta y 4 por 2 es 8

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

b) Descomponer $\sqrt{12}$

Nuevamente, usaremos la raíz de 4, ya que 4 por 3 es 12.

NO CUALQUIER DESCOMPOSICIÓN SIRVE, ya que si, por ejemplo, descomponemos el 12 como 6 por 2, ni 6 ni 2 tienen raíces exactas, así que no serviría de nada. SIEMPRE SE DEBE DESCOMPONER EN UNA RAÍZ EXACTA

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

c) $\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

el tercer paso no es necesario de escribir cada vez, yo lo escribo para que comprendan el proceso, una vez que lo dominen pueden saltarse pasos.

CUADRADO	RAÍZ CUADRADA	CUADRADO	RAÍZ CUADRADA
$1^2 = 1$	$\sqrt{1} = 1$	$16^2 = 256$	$\sqrt{256} = 16$
$2^2 = 4$	$\sqrt{4} = 2$	$17^2 = 289$	$\sqrt{289} = 17$
$3^2 = 9$	$\sqrt{9} = 3$	$18^2 = 324$	$\sqrt{324} = 18$
$4^2 = 16$	$\sqrt{16} = 4$	$19^2 = 361$	$\sqrt{361} = 19$
$5^2 = 25$	$\sqrt{25} = 5$	$20^2 = 400$	$\sqrt{400} = 20$
$6^2 = 36$	$\sqrt{36} = 6$	$21^2 = 441$	$\sqrt{441} = 21$
$7^2 = 49$	$\sqrt{49} = 7$	$22^2 = 484$	$\sqrt{484} = 22$
$8^2 = 64$	$\sqrt{64} = 8$	$23^2 = 529$	$\sqrt{529} = 23$
$9^2 = 81$	$\sqrt{81} = 9$	$24^2 = 576$	$\sqrt{576} = 24$
$10^2 = 100$	$\sqrt{100} = 10$	$25^2 = 625$	$\sqrt{625} = 25$
$11^2 = 121$	$\sqrt{121} = 11$	$26^2 = 676$	$\sqrt{676} = 26$
$12^2 = 144$	$\sqrt{144} = 12$	$27^2 = 729$	$\sqrt{729} = 27$
$13^2 = 169$	$\sqrt{169} = 13$	$28^2 = 784$	$\sqrt{784} = 28$
$14^2 = 196$	$\sqrt{196} = 14$	$29^2 = 841$	$\sqrt{841} = 29$
$15^2 = 225$	$\sqrt{225} = 15$	$30^2 = 900$	$\sqrt{900} = 30$

Suma y resta de raíces cuadradas:

Para sumar y restar raíces cuadradas, necesitas combinar las raíces cuadradas que tengan el mismo radical. Esto significa que puedes sumar o restar $2\sqrt{3}$ y $4\sqrt{3}$, pero no $2\sqrt{3}$ y $2\sqrt{5}$. Hay muchos casos en los que realmente puedes simplificar los números dentro del radical para poder combinar términos semejantes y sumar y restar libremente las raíces cuadradas.

Si tienes un problema como $\sqrt{5} + \sqrt{7}$, no puedes hacer nada. Eso no se puede simplificar más. Lo único que se puede hacer es hallar el valor aproximado de la suma usando una calculadora.

Lo mismo pasa con las restas de raíces como por ejemplo: $\sqrt{3} - \sqrt{2}$. Sólo puedes aproximar la resta usando calculadora.

Lo que se puede hacer es sumar o restar raíces semejantes, con un mismo radicando (el número al cual se le toma la raíz). Por ejemplo:

a) $2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ si te fijas, se suman de la misma manera que sumábamos términos semejantes en primero medio, cuando teníamos, por ejemplo: $2x + 3x = 5x$

b) $4\sqrt{2} + \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$ Cuando hay un radical solo $\sqrt{2}$ siempre será lo mismo que $1\sqrt{2}$

c) $2\sqrt{6} + 5\sqrt{6} - 3\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$ se suman los números y se mantiene la raíz.

Que no se puedan sumar raíces con distintas cantidades subradicales no significa que esto termine aquí, nooooo Hay casos en los que no se puede hacer nada, como por ejemplo $\sqrt{3} + \sqrt{5}$, pero hay otros casos en los que podemos descomponer y luego sumar. Ejemplos:

a) $3\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{50}$ La raíz mas pequeña por lo general nos dice que es lo que debemos lograr, en este caso, tener raíces de 2, si te fijas 8 es 4 por 2, y 50 es 25 por 2, entonces

$$\begin{aligned} & 3\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{50} \\ & 3\sqrt{2} + \sqrt{4 \cdot 2} + \sqrt{25 \cdot 2} \\ & 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} \\ & 10\sqrt{2} \end{aligned}$$

b) $\sqrt{27} + 3\sqrt{2} + 4\sqrt{3} + \sqrt{32}$ En este caso, hay 2 raíces distintas, $\sqrt{2}$ y $\sqrt{3}$, y entre ellas no se pueden sumar, por lo tanto en mi resultado estarán ambas raíces

$$\begin{aligned} & \sqrt{27} + 2\sqrt{2} + 4\sqrt{3} + \sqrt{32} \\ & \sqrt{9 \cdot 3} + 2\sqrt{2} + 4\sqrt{3} + \sqrt{16 \cdot 2} \\ & 3\sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 4\sqrt{3} + 4\sqrt{2} \end{aligned} \quad \text{si quieres puedes ordenar antes y dejar todas las } \sqrt{2} \text{ y las } \sqrt{3} \text{ juntas}$$
$$7\sqrt{3} + 6\sqrt{2}$$

c)
$$\begin{aligned} & \sqrt{108} + \sqrt{27} - \sqrt{75} \\ & \sqrt{36 \cdot 3} + \sqrt{9 \cdot 3} - \sqrt{25 \cdot 3} \\ & 6\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} \\ & 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} & 6\sqrt{50} - 2\sqrt{8} + 5\sqrt{12} \\ & 6\sqrt{25 \cdot 2} - 2\sqrt{4 \cdot 2} + 5\sqrt{4 \cdot 3} \\ & 6 \cdot 5\sqrt{2} - 2 \cdot 2\sqrt{2} + 5 \cdot 2\sqrt{3} \end{aligned} \quad \text{en este caso, simplificamos cada raíz y sumamos las que son semejantes.}$$
$$\begin{aligned} & 30\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 10\sqrt{3} \\ & 26\sqrt{2} + 10\sqrt{3} \end{aligned}$$

EJERCICIOS

Descomponer las siguientes raíces de modo que la cantidad subradical sea lo menor posible

- | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 1) $\sqrt{8}$ | 3) $\sqrt{45}$ | 5) $\sqrt{50}$ | 7) $\sqrt{40}$ |
| 2) $\sqrt{20}$ | 4) $\sqrt{32}$ | 6) $\sqrt{24}$ | 8) $\sqrt{48}$ |

Descomponer y reducir las siguientes expresiones

- | | |
|---|---|
| 1) $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2}$ | 5) $\sqrt{28} + \sqrt{44} - \sqrt{63}$ |
| 2) $\sqrt{32} + \sqrt{50}$ | 6) $\sqrt{40} - \sqrt{90} + 3\sqrt{32}$ |
| 3) $\sqrt{27} + 2\sqrt{48} - \sqrt{75}$ | 7) $\sqrt{80} - 4\sqrt{28} + \sqrt{63} - \sqrt{20}$ |
| 4) $2\sqrt{45} + 3\sqrt{20}$ | 8) $5\sqrt{5} + 4\sqrt{20} - 3\sqrt{45}$ |

Descompón las siguientes raíces cuadradas.

- a. $\sqrt{72} =$
- b. $\sqrt{108} =$
- c. $\sqrt{363} =$
- d. $\sqrt{147} =$

Resuelve las siguientes expresiones.

- a. $6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} - 8\sqrt{5} =$
- b. $7\sqrt{5} - 4\sqrt{20} + 3\sqrt{125} =$
- c. $\sqrt{216} + \sqrt{81} - 7\sqrt{121} =$
- d. $5\sqrt{24} - 4\sqrt{600} + 10\sqrt{54} =$
- e. $2\sqrt{108} - 5\sqrt{162} + 3\sqrt{242} =$