Colegio Valentín Letelier
La Serena

Subsector: Matemática
Profesora: Roxana Muñoz

Guía de Aprendizaje

Unidad: Números Subsector: Matemática Nivel: II Medio

Objetivo Aprendizaje: Realizar cálculos y estimaciones que involucren operaciones con números reales

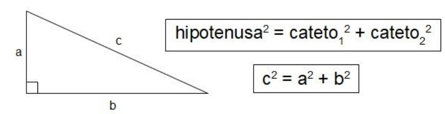
- Utilizando la descomposición de raíces y las propiedades de las raíces.
- Combinando raíces con números racionales.
- Resolviendo problemas que involucren estas operaciones en contextos diversos.

Objetivo de la Guía: Aplicar propiedades y racionalización de irracionales a la resolución de problemas y comprender ubicación de raíces no exactas en la recta numérica

Nombre: ____Curso: _________ Fecha: ___/___/_______

Todo número real puede ser ubicado en la recta numérica.
Para poder ubicar números irracionales debemos recordar el teorema de Pitágoras, ya que es necesario para la ubicación de estos números en la recta

Teorema de Pitágoras
En todo triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.
Si en un triángulo rectángulo hay catetos de longitud a y b, y la medida de la hipotenusa es c, entonces se cumple la siguiente relación: $a^2 + b^2 = c^2$

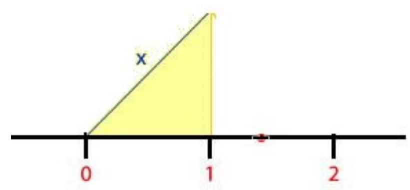


Ubicación de irracionales en la recta numérica

A cada número racional le corresponde un punto en la recta pero en realidad éstos no completan la recta, también la constituyen los irracionales. En general, representar un número con infinitas cifras decimales no periódicas es imposible y por lo tanto nos tendríamos que conformar con una aproximación.
Sin embargo, con la ayuda del Teorema de pitágoras no es difícil representar geométricamente números irracionales. Vamos a estudiar 2 métodos:

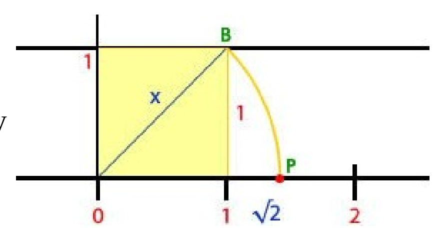
Método 1

Vamos a comenzar representando $\sqrt{2}$
Primero vamos a construir sobre la recta numérica un triángulo rectángulo de dimensiones 1cm de ancho 1cm de alto y vamos a llamar x a la hipotenusa.
Aplicamos el Teorema de Pitágoras a este triángulo:

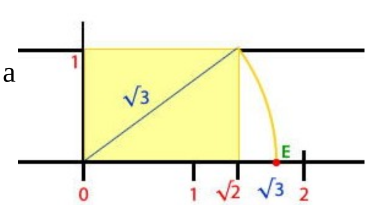


$$1^2+1^2 = x^2$$
$$2 = x^2$$
$$\sqrt{2} = x$$

Ya sabemos que el valor de la hipotenusa tiene como valor raíz de 2, luego con la ayuda de un compás podemos representar en la recta el valor de $\sqrt{2}$ de la siguiente manera.
Con tu compás toma la dimensión de la hipotenusa, que en este caso es $\sqrt{2}$, y toma como centro el cero. Luego trazas un arco de circunferencia y el punto de corte con la recta numérica será el valor de $\sqrt{2}$ (longitud desde el punto cero al punto P).



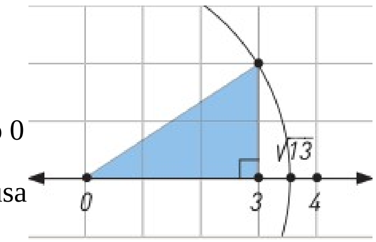
En general, para localizar de manera geométrica $\sqrt{n}$, siendo n cualquier número natural, se puede aplicar el teorema de Pitágoras a un triángulo rectángulo de catetos 1 y la raíz cuadrada del número natural anterior, es decir, $\sqrt{n-1}$
Por ejemplo, con el segmento de longitud $\sqrt{2}$ y un segmento de longitud 1, se construye un nuevo triángulo rectángulo. Nuevamente aplicamos pitágoras a este triángulo, obteniendo:



$$1^2+\sqrt{2}^2 = x^2$$
$$3 = x^2$$
$$\sqrt{3} = x$$

Método 2
Al igual que en el método anterior, las raíces cuadradas no exactas pueden ubicarse usando regla y compás, y aplicando el teorema de Pitágoras.
-Dada una raíz cuadrada, se descompone la cantidad subradical en una suma de cuadrados perfectos.
Por ejemplo:
$\sqrt{13} = \sqrt{(3)^2+(2)^2}$ entonces para ubicar $\sqrt{13}$ debemos dibujar un triángulo rectángulo cuyos catetos sean 3 y 2.

-En una recta numérica, se construye un triángulo rectángulo con las medidas asociadas a dichos cuadrados perfectos, de modo que uno de los catetos esté en la recta numérica y uno de sus vértices en el 0 (no el del ángulo recto). Así, el otro cateto será perpendicular a la recta numérica.
- Con ayuda de un compás, se traza el arco de circunferencia con centro en el punto 0 y radio correspondiente a la hipotenusa hasta intersecar la recta numérica. En este punto de intersección se ubica la raíz cuadrada. (Se mide con el compás la hipotenusa y esa medida se ubica en la recta numérica)

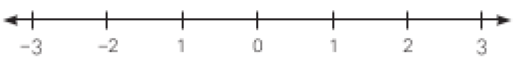


La mayoría de videos tutoriales sobre la ubicación de raíces en la recta muestran este método:
https://www.youtube.com/watch?v=c0-rhW4DqpU

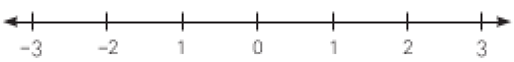
EJERCICIOS

Ubica en la recta numérica, utilizando regla y compás, las siguientes raíces cuadradas.

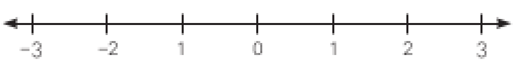
a. $\sqrt{2}$



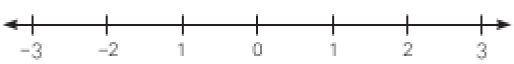
b. $\sqrt{3}$



c. $-\sqrt{4}$



d. $-\sqrt{7}$



EJERCICIOS

1 Simplifica las siguientes raíces cuadradas.

a. $\sqrt{54} =$ ____________________

b. $\sqrt{180} =$ ____________________

c. $\sqrt{245a^2} =$ ____________________

d. $\sqrt{\dfrac{48}{162}} =$ ____________________

e. $\sqrt{\dfrac{50b^2}{1250b^4}} =$ ____________________

2 Resuelve los siguientes productos de raíces cuadradas.

a. $\sqrt{3{,}2} \cdot \sqrt{20} =$ ____________________

b. $\sqrt{4} \cdot \sqrt{31{,}25} =$ ____________________

c. $\sqrt{40} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} =$ ____________________

d. $\sqrt{14a} \cdot \sqrt{2a} \cdot \sqrt{7a^2} =$ ____________________

e. $5\sqrt{9x} \cdot \sqrt{4x} =$ ____________________

3 Desarrolla los siguientes cocientes de raíces cuadradas y calcula su valor cuando sea posible.

a. $\sqrt{\dfrac{144}{25}} =$ ____________________

b. $\dfrac{\sqrt{768}}{\sqrt{3}} =$ ____________________

c. $\sqrt{125} : \sqrt{5} =$ ____________________

d. $\dfrac{\sqrt{288}}{\sqrt{8}} =$ ____________________

e. $87\sqrt{x} : 29\sqrt{x^3} =$ ____________________

4 Reduce las siguientes expresiones y expresa en una sola raíz.

a. $\sqrt{32} + 2\sqrt{2} - \sqrt{8} =$ ____________________

b. $(\sqrt{3} - \sqrt{7})(\sqrt{3} + \sqrt{7}) =$ ____________________

c. $\dfrac{\sqrt{225}}{35} - \dfrac{\sqrt{289}}{34} + \sqrt{32} =$ ____________________

d. $\dfrac{\sqrt{75} - \sqrt{27} + \sqrt{48}}{3} =$ ____________________

e. $\dfrac{2\sqrt{0{,}0625} - \sqrt{0{,}0009} - 3\sqrt{0{,}000064}}{2} =$ __________

f. $(\sqrt{36a^2} - \sqrt{64b^4} - \sqrt{4a^2} - \sqrt{9b^4}) =$ __________

g. $(-\sqrt{81x^4y^2} - \sqrt{4x^2y^4} - \sqrt{49x^4y^2}) =$ __________

5 Resuelve los siguientes ejercicios de operatoria combinada.

a. $2\sqrt{5}(\sqrt{2} - \sqrt{3} - 1) =$ ____________________

b. $\dfrac{4}{\sqrt{6}} - \dfrac{6}{11} =$ ____________________

c. $\dfrac{1}{\sqrt{7}} - \dfrac{1}{\sqrt{2}} =$ ____________________

d. $\sqrt{2}\left(2\sqrt{\dfrac{1}{2}} - \sqrt{\dfrac{5}{2}}\right) =$ ____________________

e. $(\sqrt{48} + \sqrt{192} - \sqrt{27}) : \sqrt{3} =$ ____________________

f. $\left(\dfrac{\sqrt{5}}{3} - \dfrac{\sqrt{3}}{5}\right)^2 - \left(\dfrac{\sqrt{5}}{3} + \dfrac{\sqrt{3}}{5}\right)^2 =$ ____________________

g. $\dfrac{\dfrac{1}{3}\sqrt{\dfrac{1}{14}} \cdot \sqrt{\dfrac{28}{5}} \cdot \sqrt{\dfrac{2}{125}} \cdot \sqrt{\dfrac{5}{4}}}{\sqrt{\dfrac{6}{5}} \cdot \sqrt{\dfrac{15}{5}}} =$ ____________________

6 Resuelve las siguientes ecuaciones que involucran raíces cuadradas.

a. $\sqrt{4x} = 2$ $\qquad x =$ ______________

b. $3\sqrt{x} - 5 = 2$ $\qquad x =$ ______________

c. $\sqrt{x - 5} = 7$ $\qquad x =$ ______________

d. $\dfrac{2\sqrt{3x - 1}}{5} = \dfrac{1}{2}$ $\qquad x =$ ______________

e. $\sqrt{x + 9} = 0$ $\qquad x =$ ______________

f. $\sqrt{2x + 2} = \sqrt{x + 2}$ $\qquad x =$ ______________

7 Al realizar operaciones con números reales, ¿cambia alguna de las reglas de las operaciones de los otros conjuntos numéricos? Justifica tu respuesta.

R: ____

____

____

Todas las dudas que tengan las envían al correo rmunoz@cvl.cl