Colegio Valentín Letelier
La Serena

Subsector: Matemática
Profesora: Roxana Muñoz

Guía de Aprendizaje

Unidad: Números Subsector: Matemática Nivel: I Medio

Objetivo Aprendizaje: Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero:

• Transfiriendo propiedades de la multiplicación y división de potencias a los ámbitos numéricos correspondientes.
• Relacionándolas con el crecimiento y decrecimiento de cantidades.
• Resolviendo problemas de la vida diaria y otras asignaturas.

Objetivo de la Guía: Recordar concepto de potencia y sus propiedades para bases enteras. Comprender propiedades de las potencias de base racional

Nombre: ____ Curso: _________ Fecha: ___/___/_______

Potencias

Una potencia es una forma abreviada de escribir una multiplicación de factores iguales. Son muy útiles para simplificar multiplicaciones donde se repite el mismo número.
Por ejemplo, 3 x 3 x 3 x 3. Estamos multiplicando 4 veces el número 3.
Para ponerlo en forma de potencia escribimos 3^4, donde 3 es la **base,** que es el número que se multiplica y el 4 es el **exponente,** que es el número de veces que se multiplica la base. Esto se lee: 3 elevado a 4.

Propiedades de las potencias

Desarrollemos algunas potencias:

$2^0 = 1$
$2^1 = 2$
$2^2 = 2 \times 2 = 4$
$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$
$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

$10^0 = 1$
$10^1 = 10$
$10^2 = 10 \times 10 = 100$
$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1.000$
$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10.000$
$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100.000$

Por lo que hemos visto, podemos decir:

- $a^0 = 1$, con a distinto de cero. Si el exponente de una potencia es 0 (y la base no es 0), el resultado SIEMPRE SERÁ 1

- $a^1 = a$, si el exponente de una potencia es 1, el resultado es la base.

- $1^n = 1$, Si la base de una potencia es 1, el resultado es 1, ya que, $1^5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

- Si la base de la potencia es 10 y el exponente es positivo, el valor de la potencia queda expresado con la cantidad de ceros que indica el exponente, $10^7 = 10.000.000$ (7 ceros)

Exponente es negativo $\boldsymbol{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$

ejemplos: a) $3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

b) $7^{-2} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{14}$

Para el caso de la potencia de 10 con exponente negativo el valor de la potencia queda expresado con la cantidad de ceros que indica el exponente, antes del 1

$10^{-1} = 0,1$
$10^{-2} = 0.01$
$10^{-3} = 0,001$
$10^{-4} = 0,0001$

Base es negativa Debemos considerar la regla de los signos:
$(-2)^0 = 1$, TODO número elevado a cero es 1
$(-2)^1 = -2$
$(-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4$
$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$
$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$
$(-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = -32$
$(-2)^6 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 64$
Podemos observar que si la base de una potencia es negativa:

- El resultado es positivo si el exponente es par.
- El resultado es negativo si el exponente es impar.
- Si no existe paréntesis no se incluye el signo en la potencia, por ejemplo:

$-5^2 = -(5 \times 5) = -25$

Producto y cociente de potencias
El producto de dos potencias con la misma base es la potencia de dicha base y cuyo exponente es la suma de los exponentes: (se conserva la base y se suman los exponentes)

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

El cociente de dos potencias con la misma base es la potencia de dicha base y cuyo exponente es la resta de los exponentes: (se conserva la base y se restan los exponentes)

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

Potencia de una potencia
La potencia de una potencia con base a es la potencia con base a y cuyo exponente es el producto de los exponentes:

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

Potencia del producto y del cociente
La potencia de un producto de factores es igual al producto de las potencias de los factores: (se multiplican las bases y se mantiene el exponente)

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

La potencia de un cociente de números es igual al cociente de las potencias de los números: (se dividen las bases y se mantiene el exponente)

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

EJERCICIO: Completa la siguiente tabla

Potencia	Base	Exponente	Desarrollo	Valor
2^4	2	4	2 x 2 x 2 x 2	16
5^3				
	6	2		
			4 x 4 x 4	
$(-3)^3$				
	10	4		
			7 x 7	
4^{-3}				
	9	-1		
10^{-4}				

Ejercicios

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Escribe positivo o negativo, dependiendo del valor de cada potencia.

a. $(-6)^7$ **c.** $(-5)^4$ **e.** 18^5

b. 8^3 **d.** -6^7 **f.** 2^3

2. Representa los siguientes productos como potencias.

a. $(-6) \cdot (-6) \cdot (-6) \cdot (-6) \cdot (-6) \cdot (-6) \cdot (-6) \cdot (-6)$ **d.** $(-8) \cdot (-8) \cdot (-8)$

b. $-(4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4)$ **e.** $-(8 \cdot 8 \cdot 8)$

c. $(-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4)$ **f.** $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

3. Escribe cada potencia como un producto de factores iguales.

a. -3^6 **c.** 8^4 **e.** -7^8

b. $(-11)^2$ **d.** 2^3 **f.** $-(15)^2$

4. Realiza las siguientes operaciones aplicando las propiedades de las potencias.

a. $\frac{(-3)^3 \cdot (-5)^2}{225}$ **b.** $\frac{(-5^{-2}) \cdot (5^4) \cdot (125)^{-1}}{25 \cdot 5^{-2}}$ **c.** $\frac{(3^2) \cdot (3^4) \cdot (-27)^{-1}}{81 \cdot 243^{-1}}$

5. Calcula el valor de las siguientes potencias.

a. 5^4 **c.** 1^{12} **e.** $(-3)^5$

b. -4^4 **d.** 10^4 **f.** -12^2

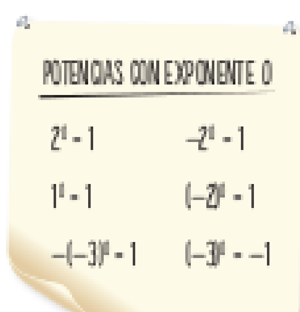
6. Explica si cada igualdad es correcta o no. Corrige las incorrectas.

a. $-7^5 = 16\,807$ **c.** $8^4 = \frac{1}{8^{-4}}$ **e.** $-7^2 + (-2)^3 = -57$

b. $-5^{-4} = -\frac{1}{5^4}$ **d.** $2^{-3} = \frac{1}{9}$ **f.** $\frac{1}{2^{-3}} = 6$

7. Lee y responde.

La profesora de Matemática pidió a sus estudiantes, como tarea, que anotaran en un cartel 6 potencias con exponente 0 y sus respectivos resultados. Andrés elaboró el cartel que se muestra. ¿Cuáles de las igualdades son incorrectas? Explica.



Para potencias de bases racionales las propiedades son básicamente las mismas.

Conceptos

Si $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$, la **potencia** de base $\frac{a}{b}$ y exponente n, con $n \in \mathbb{N}$, se define como:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \ldots \cdot \frac{a}{b}}_{n\text{ - veces}}$$

Como un número racional se puede representar como el cociente de dos números enteros, en el caso de una **potencia de base racional**, se tiene que:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Propiedades

Conceptos

Una **potencia de base un número racional distinto de cero con exponente 0** es igual a 1.

Simbólicamente: Si $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, entonces $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$.

Conceptos

Si $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$ y $n \in \mathbb{N}$, entonces: $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$.

Ejemplo:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{4^2}{3^2} = \frac{16}{9}$$

Conceptos

La propiedad de la **potencia de una potencia** establece que:

Si $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$ y $n, m \in \mathbb{Z}$, entonces:

$$\left[\left(\frac{a}{b}\right)^n\right]^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n \cdot m}$$

Ejemplo:

$$\left(\left(\frac{5}{2}\right)^3\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^{3\cdot 2} = \left(\frac{5}{2}\right)^6 = \frac{5^6}{2^6} = \frac{15625}{64}$$

Conceptos

Para **multiplicar potencias de igual base racional** y con **exponente entero**, se conserva la base y se suman los exponentes.

Simbólicamente: Si $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, entonces esta propiedad se expresa como:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n+m}, \text{ donde } m, n \in \mathbb{Z}.$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \left(\frac{3}{2}\right)^{2+4} = \left(\frac{3}{2}\right)^6 = \left(\frac{3^6}{2^6}\right) = \frac{729}{64}$$

Conceptos

Para **multiplicar potencias de igual exponente** se conserva el exponente y se multiplican las bases.

Simbólicamente: Si $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, se tiene:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right)^n, \text{ donde } n \in \mathbb{Z}.$$

Ejemplos:

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3}\right)^2 = \left(\frac{8}{15}\right)^2 = \frac{8^2}{15^2} = \frac{64}{225}$$

Conceptos

Para **dividir potencias de igual base racional** distinta de 0 y de **exponente entero** se conserva la base, y al exponente del dividendo se le resta el exponente del divisor.

Simbólicamente: Si $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, esta propiedad se expresa como:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n-m}, \text{ donde } m, n \in \mathbb{Z}.$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{5}{4}\right)^7 : \left(\frac{5}{4}\right)^4 = \left(\frac{5}{4}\right)^{7-4} = \left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{5^3}{4^3} = \frac{125}{64}$$

Conceptos

Para **dividir potencias de igual exponente entero** se conserva el exponente y se dividen los números racionales de las bases.

Simbólicamente: Si $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, entonces esta propiedad se expresa como:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b} : \frac{c}{d}\right)^n, \text{ donde } n \in \mathbb{Z}.$$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^2 : \left(\frac{4}{7}\right)^2 = \left(\frac{5}{3} : \frac{4}{7}\right)^2 = \left(\frac{5}{3} \cdot \frac{7}{4}\right)^2 = \left(\frac{35}{12}\right)^2 = \frac{35^2}{12^2} = \frac{1225}{144}$$

EJERCICIOS

1) $\left(\frac{5}{6}\right)^{1}$	2) $\left(3\frac{1}{2}\right)^{0}$	3) $\left(\frac{2}{7}\right)^{3} \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^{4}$	4) $\left(\frac{3}{4}\right)^{7} \div \left(\frac{3}{4}\right)^{5}$
5) $\left(\frac{2}{5} x \frac{4}{3}\right)^{3}$	6) $\left[\left(\frac{1}{4}\right) \div \left(\frac{3}{5}\right)\right]^{4}$	7) $\left[\left(\frac{6}{5}\right)^{2}\right]^{3}$	8) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-5}$
9) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \div \left(\frac{2^{-2}}{5^{0}} x \frac{3^{2}}{2^{-3}}\right)$	10) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} - \left(\frac{2}{5}\right)^{5}\left(\frac{1}{2}\right)^{4} \div \left(\frac{-1}{3}\right)^{-5}$		

Algunos videos que te pueden servir:
Definición de potencia y propiedades
https://www.youtube.com/watch?v=tNer3cNu3iA
https://www.youtube.com/watch?v=rEv6BUB6Pts
Ejercicios de potencias
https://www.youtube.com/watch?v=G_SFzaSW5DQ
https://www.youtube.com/watch?v=Ro4sU8nlhE0

Puedes encontrar ejercicios con sus desarrollos en las siguientes páginas:
Para recordar lo aprendido en años anteriores sobre potencias de base entera:
https://www.matesfacil.com/resueltos-potencias.htm
https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/aritmetica/racionales/ejercicios-resueltos-de-potencias.html

Ejercicios sobre potencias con base racional:
https://www.ejerciciosweb.com/potencias/ejercicios-potencias.html
https://curriculumnacional.mineduc.cl/614/w3-article-21351.html

Ejercicios interactivos sobre potencias con base racional:
https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/aritmetica/racionales/ejercicios-interactivos-de-potencia-de-numeros-racionales.html

Cualquier duda puedes consultarme en mi correo:
rmunoz@cvl.cl