Colegio Valentín Letelier
La Serena

Subsector: Matemática
Profesora: Roxana Muñoz

Guía de Aprendizaje

Unidad: Números | Subsector: Matemática | Nivel: I Medio

Objetivo Aprendizaje: Calcular operaciones con números racionales en forma simbólica

Objetivo de la Guía: reforzar los contenidos estudiados hasta la fecha sobre números racionales y la operatoria en el conjunto

Nombre: ____ Curso: _________ Fecha: ___/___/_______

Números racionales $\mathbb{Q}$

Definición:

Los números racionales son todos aquellos números de la forma $\frac{a}{b}$ con a y b números enteros y b distinto de cero. El conjunto de los números racionales se representa por la letra $\mathbb{Q}$.

$$\mathbb{Q}=\{(\frac{a}{b})/a,b\in\mathbb{Z}\ y\ b\neq 0\}$$

Recuerda que todo número entero n es racional porque se puede escribir de la forma $\frac{n}{1}$

EJERCICIOS

Decide si los siguientes números son números racionales.

a) $\sqrt{9}$

b) -5

c) 0

d) π

e) 1,68

f) 5,3333333333...

g) 2, 6574302039865839975..

h) 0,012222222...

i) -3,4

j) $\frac{7}{2}$

k) 1

l) $\sqrt{2}$

Números decimales

Los números decimales pueden clasificarse en:

Decimales finitos

Son aquellos que tienen fin, es decir, no hay un número que se repita.

Ejemplos: 4,56 ; 0,0003 ; 2,9876 ; 0,1 ; 3,42 , etc.

Siempre que se divida el numerador por el denominador, y la división termine y se obtenga **resto cero** , la división es exacta y su resultado será un decimal finito.

$$\frac{5}{2}=5:2=2{,}5$$

2,5 es un decimal finito.

Para transformar un decimal finito a fracción debemos escribir en el numerador el número sin la coma, y dividir por una potencia de 10 (10, 100, 1.000, etc.). Se colocan tantos ceros como cifras decimales tenga el número.

Ejemplos:

a) $2{,}5 = \frac{25}{10}$ El número 2,5 tiene solo un decimal, dividimos por 10 (1 cero)

Recuerda que esta fracción puede ser simplificada. Para simplificar debes dividir numerador y denominador por un mismo factor, en este casi dividiremos por 5, obteniendo:

$$\frac{25:5}{10:5} = \frac{5}{2}$$

b) $0{,}25 = \frac{25}{100}$ El número 0,25 tiene 2 decimales, entonces dividimos por 100 (2 ceros)

nuevamente podemos simplificar, esta vez dividiendo por 25

$$\frac{25:25}{100:25} = \frac{1}{4}$$

c) $5{,}4325 = \frac{54325}{10000}$ El número 5,4325 tiene 4 decimales, entonces dividimos por 10000 (4 ceros)

d) $1{,}2 = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$ (Simplificando por 2)

e) $0{,}0045 = \frac{45}{10000} = \frac{9}{2000}$ (simplificando por 5)

Decimales infinitos

Son aquellos números que no se acaban, es decir, hay uno o varios números que se repiten infinitamente. Por ejemplo: 0,333333..... es infinito por que el 3 se repite infinitamente.

Los decimales infinitos pueden ser: infinitos puros, infinitos periódicos e infinitos semiperiódicos.

Al conjunto de los números racionales sólo pertenecen los números decimales infinitos periódicos y semiperiódicos. Los decimales infinitos puros pertenecen al conjunto de los números irracionales, porque NO pueden transformarse en fracción.

- Decimales infinitos periódicos: son aquellos que tiene una o más cifras que se repiten sucesiva e infinitamente, formando el período. Se escribe en forma abreviada colocando sobre el período un pequeño trazo.

a) $\frac{5}{9} = 5:9 = 0{,}5555555\ldots \textit{se escribe } 0{,}\overline{5} \textit{ ; el período es } 5$

b) $\frac{23}{99} = 23:99 = 0{,}23232323\ldots \textit{se escribe } 0{,}\overline{23} \textit{ ; el período es } 23$

Para transformar un decimal infinito periódico a fracción debemos:

1) En el numerador se anota el número completo sin la coma y se le resta él o los números que están antes del período (de la rayita)

2) Se coloca como denominador un **9** por cada número que está en el período (si hay un número bajo la rayita se coloca un 9, si hay dos números bajo el período se coloca 99, etc.). Si se puede simplificar, se simplifica.

Ejemplos:

a) $2{,}66666\ldots = 2{,}\overline{6} = \frac{26-2}{9} = \frac{24}{9}$ si simplificamos por 3 obtenemos $\frac{24:3}{9:3} = \frac{8}{3}$

b) $1,363636... = 1,\overline{36} = \frac{136-1}{99} = \frac{135}{99}$ hay 2 números bajo el período por lo tanto dividimos por 99

c) $0,\overline{45} = \frac{45}{99}$

d) $57,\overline{18} = \frac{5718-57}{99} = \frac{5661}{99} = \frac{629}{11}$ simplificando por 9

e) $12,\overline{846} = \frac{12846-12}{999} = \frac{12834}{999} = \frac{1426}{111}$ simplificando por 9

- Decimales infinitos semiperiódicos: En estos decimales aparecen una o más cifras antes del período. El número formado por dichas cifras se llama anteperíodo (es un número que está entre la coma y la rayita).

a) $\frac{7}{90} = 7:90 = 0,077777...\, \textit{se escribe}\ 0,0\overline{7}\ ;\textit{el anteperíodo es}\ 0, \textit{el período es}\ 7$

b) $\frac{211}{90} = 211:90 = 2,344444...\, \textit{se escribe}\ 2,3\overline{4}\ ;\textit{el anteperíodo es}\ 3, \textit{el período es}\ 4$

c) $\frac{37}{900} = 37:900 = 0,04111111......\, \textit{se escribe}\ 0,04\overline{1}\ ;\textit{el anteperíodo es}\ 04, \textit{el período es}\ 1$

d) $\frac{513}{990} = 513:990 = 0,5181818..\, \textit{se escribe}\ 0,5\overline{18}\ ;\textit{el anteperíodo es}\ 5, \textit{el período es}\ 18$

Para transformar de decimal infinito semiperiódico a fracción, debemos

1) El numerador de la fracción se obtiene , al igual que en el caso anterior, restando al número la parte entera y el anteperíodo, o sea, todo lo que está antes de la "rayita".

2) El denominador de la fracción se obtiene colocando tantos 9 como cifras tenga el período y tantos 0 como cifras tenga el anteperíodo. Como siempre, el resultado se expresa como fracción irreductible (no se puede simplificar más) o como número mixto.

Ejemplos:

a) $2,466666... = 2,4\overline{6} = \frac{246-24}{90} = \frac{222}{90} = \frac{37}{15}$

b) $1,8655555... = 1,86\overline{5} = \frac{1865-186}{900} = \frac{1679}{900}$

c) $3,2434343... = 3,2\overline{43} = \frac{3243-32}{990} = \frac{3211}{990}$

d) $0,31686868... = 0,31\overline{68} = \frac{3168-31}{9900} = \frac{3137}{9900}$

EJERCICIOS

1) Expresa como número decimal las siguientes fracciones y reconoce el tipo de decimal:

1) $\frac{5}{12}$ 2) $\frac{121}{20}$ 3) $\frac{17}{8}$

4) $-\frac{2}{5}$ 5) $-\frac{25}{16}$ 6) $\frac{7}{9}$

2) Expresa en fracción irreducible los siguientes decimales:

1) $0,\overline{8} =$

2) $0,14\overline{2} =$

3) $-0,\overline{5} =$

4) $1,\overline{4} =$

5) $0,\overline{12} =$

6) $-2,3\overline{45} =$

7) $0,\overline{213} =$

8) $-2,7\overline{36}$

1) 3,42

2) -23,10

3) 0,0625

4) 7,23

5) 27,12

6) -5,87

Operatoria con números racionales
Para poder sumar debemos comprender el mínimo común múltiplo (M.C.M):
El m.c.m. de dos o más números naturales es el menor número natural, que es múltiplo común de todos ellos.
Para calcular del m.c.m mediante descomposición en factores primos se debe descomponer los números dados en factores primos. El m.c.m. se obtiene como producto de todos los factores primos.
Ejemplos
a) M.C.M entre 5 y 7
Ya que ambos son números primos, basta con multiplicarlos, entonces el m.c.m es 35

b) M.C.M entre 24 y 90
descomposición en números primos

24	90	Dividimos por 2
12	45	Dividimos por 3
4	15	Dividimos por 2
2	15 (queda igual por que no es divisible por 2	Dividimos por 2
1	15	Dividimos por 3
	5	Dividimos por 5
	1	

multiplicamos todos los factores primos: $2\cdot 3\cdot 2\cdot 2\cdot 3\cdot 5=2^3\cdot 3^2\cdot 5=360$

Adición y sustracción de fracciones (Suma y resta)

Con igual denominador
Si dos fracciones tiene el **mismo denominador**, se suman los numeradores y se deja el mismo denominador. Si la fracción resultado se puede simplificar, se simplifica.

$$\text{Si } \frac{a}{c}, \frac{b}{c} \in \mathbb{Q}, \text{ con } c \neq 0 \text{ entonces: } \frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$$

Ejemplo:

a) $\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=\frac{2+3}{8}=\frac{5}{8}$

b) $\frac{3}{21}+\frac{4}{21}=\frac{3+4}{21}=\frac{7}{21}=\frac{1}{3}$

Con distinto numerador

Recordemos que el mínimo común es simplemente el más pequeño de los múltiplos comunes. Para calcularlo sólo escribe los múltiplos de los números hasta que encuentres uno que coincida o utiliza la tabla de descomposición prima.

Para reducir dos o más fracciones por el método de mínimo común múltiplo, se toma como denominador común el m.c.m. y como numerador el resultado de multiplicar cada numerador por el cociente que resulta al dividir el denominador común entre el denominador correspondiente.

En nuestro ejemplo tenemos:

$$\frac{5}{4} + \frac{1}{6} =$$

m.c.m.entre 4 y 6

múltiplos de 4 = 4, 8, 12, 16, 20, ...

múltiplos de 6 = 6, 12, 18, 24, 30, ...

El menor múltiplo común entre los dos números es el 12, por lo tanto este será el denominador

luego calculamos los numeradores de la siguiente forma:

trabajamos con la primera fracción

$\frac{5}{4} =$ 12 : 4 (denominador) = 3 x 5 (numerador) = 15

trabajamos con la segunda fracción

$\frac{1}{6} =$ 12 : 6 (denominador) = 2 x 1 (numerador) = 2

Entonces tenemos que:

$$\frac{5}{4} + \frac{1}{6} = \frac{15 + 2}{12} = \frac{17}{12}$$

Este proceso es difícil de comprender de forma escrita.
Te recomiendo ver la explicación en los siguientes video, en el cual explican la suma utilizando distintos métodos:

https://es.khanacademy.org/math/arithmetic/fraction-arithmetic/arith-review-add-sub-fractions/v/adding-small-fractions-with-unlike-denominators

Si te fijas, a la izquierda del video hay mas opciones, hay una opción para practicar y un video para la resta

https://www.smartick.es/matematicas/fracciones.html#suma-fracciones-estandar

también tiene un link para practicar.

Multiplicación de fracciones
Se multiplica numerador con numerador y denominador con denominador

$$\boxed{\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}}$$

Ejemplo:

a) $\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$

División de fracciones

Se mantiene la primera fracción, la división se transforma en multiplicación y se invierte la segunda fracción, luego se multiplica de forma normal.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Ejemplo:

a) $\frac{3}{4} : \frac{7}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 7} = \frac{15}{28}$

EJERCICIOS

1) Resuelve las siguiente operaciones con fracciones:

1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$

2) $\frac{4}{2} + \frac{5}{3} =$

3) $\frac{-8}{3} - \frac{-5}{8} =$

4) $\frac{-3}{15} + \frac{-5}{5} - \frac{+10}{25} + \frac{1}{10} =$

5) $-\frac{1}{9} + \frac{3}{27} - \frac{5}{6} - \frac{+12}{3} =$

6) $\frac{3}{7} \times \frac{-2}{9} =$

7) $\frac{169}{13} \times 26 \times \frac{1}{2} =$

8) $-2 \times +3 \times -1 =$

9) $\frac{2}{3} : \frac{1}{4} =$

10) $\frac{-144}{3} : 12 =$

11) $\frac{2}{6} : \frac{3}{12} : \frac{1}{8} =$

12) $\frac{2}{6} : \left(\frac{3}{12} : \frac{1}{8} \right) =$

13) $\frac{2}{6} : \left(\frac{3}{12} : \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} + 1 \right) =$

2) Resuelve las siguientes operaciones con números racionales, recuerda que para trabajar con decimales infinitos periódicos debes transformar a fracción antes de realizar los cálculos:

1) $\frac{2}{3} + 0{,}5 =$	2) $0{,}27 + \frac{5}{2} =$
3) $-2{,}8 + 0{,}\overline{3} =$	4) $\frac{9}{8} + 1{,}2 =$
5) $2\frac{1}{4} + 7{,}5 + 1\frac{3}{5} =$	6) $0{,}\overline{6} + \frac{1}{2} =$
7) $-0{,}4 - \frac{7}{10} =$	8) $-0{,}\overline{24} - \frac{11}{12} =$
9) $4{,}75 + \frac{3}{4} =$	10) $2{,}25 + 6{,}\overline{6} =$

También puedes encontrar contenidos y ejercicios en la página del ministerio de educación, aprendo en línea donde encontrarás 4 clases, todas con contenidos que hemos estudiado.

https://curriculumnacional.mineduc.cl/estudiante/621/alt-article-79936.html