



Guía de Aprendizaje

Unidad: Álgebra

Subsector: Matemática

Nivel: IV Medio

Objetivo Aprendizaje: Resolver problemas utilizando inecuaciones lineales o sistemas de inecuaciones lineales.
Objetivo de la Guía: Reforzar los contenidos estudiados hasta la fecha sobre inecuaciones y sistemas de inecuaciones con una incógnita.
Desarrollar habilidades para resolver preguntas tipo PSU sobre inecuaciones y sistemas de inecuaciones con una incógnita

Nombre: _____ **Curso:** _____ **Fecha:** / / _____

Inecuaciones y sistemas de inecuaciones con una incógnita

Desigualdades: Una desigualdad es el enunciado de que dos cantidades o expresiones no son iguales. Puede ser el caso que una cantidad sea menor que ($<$), mayor que ($>$) o mayor o igual que (\geq), o menor o igual que (\leq)

Intervalos.

Los intervalos son subconjuntos de los números reales. Existen los siguientes tipos de intervalos:

INTERVALO	GRÁFICO	SIGNIFICADO Y NOMENCLATURA
ABIERTO		$a < x < b$ $] a , b [$
ABIERTO POR LA IZQUIERDA		$a < x \leq b$ $] a , b]$
ABIERTO POR LA DERECHA		$a \leq x < b$ $[a , b [$
CERRADO		$a \leq x \leq b$ $[a , b]$
INFINITO POR LA IZQUIERDA Y ABIERTO		$x < a$ $] -\infty , a [$
INFINITO POR LA DERECHA Y ABIERTO		$x > a$ $] a , +\infty [$
INFINITO POR LA IZQUIERDA Y CERRADO		$x \leq a$ $] -\infty , a]$
INFINITO POR LA DERECHA Y CERRADO		$x \geq a$ $[a , +\infty [$

Propiedades de las desigualdades:

I. Si a los dos miembros de una desigualdad se les suma o resta un mismo número se obtiene otra desigualdad del mismo sentido.

$$a < b \Rightarrow a + c < b + c \quad \forall c \in \mathbf{R}$$

II. Si los dos miembros de una desigualdad se multiplican o dividen por un número positivo se obtiene otra desigualdad equivalente a la primera.

$$a < b \text{ y } c > 0 \Rightarrow ac < bc \quad \text{y} \quad \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$$

III. Si los dos miembros de una desigualdad se multiplican o dividen por un número negativo la desigualdad cambia de sentido.

$$a < b \text{ y } c < 0 \Rightarrow ac > bc \quad \text{y} \quad \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$$

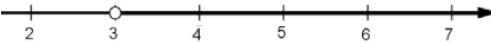
INECUACIONES DE PRIMER GRADO

Para resolver una inecuación de primer de grado, se aplica el mismo procedimiento que para resolver una ecuación de primer grado, pero, teniendo presente las propiedades de desigualdades.

Ejemplos:

$$\begin{aligned}
 &7x - 2 > 3x + 10 \\
 &7x - 3x > 10 + 2 \\
 1) \quad &4x > 12 \\
 &x > \frac{12}{4} \\
 &x > 3
 \end{aligned}$$


$] 3, \infty^+ [$

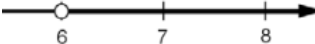


$$\begin{aligned}
 &\frac{x+3}{2} \geq 3x+9 \\
 2) \quad &x+3 \geq 2(3x+9) \\
 &x+3 \geq 6x+18 \\
 &-5x \geq 15 \\
 &-x \geq 3 \\
 &x \leq -3
 \end{aligned}$$

Recuerda que al multiplicar por -1 el sentido de la inecuación se invierte.

$] \infty^-, -3]$



$$\begin{aligned}
 3) \quad &\frac{x}{2} + \frac{x+1}{7} - x + 2 < 0 \\
 &\frac{7x + 2x + 2 - 14x + 28}{14} < 0 \rightarrow 7x + 2x + 2 - 14x + 28 < 0 \\
 &-5x < -28 - 2 \rightarrow -5x < -30 \rightarrow 5x > 30 \Rightarrow x > 6
 \end{aligned}$$


$] 6, \infty^+ [$

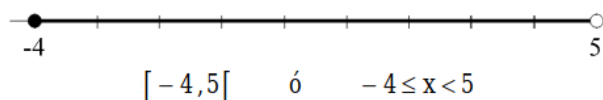
SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES

Para resolver sistemas de inecuaciones lineales se debe resolver cada inecuación por separado e intersectar los intervalos resultantes; es decir, se debe hallar el conjunto de números que pertenezca a ambos intervalos:

Ejemplos:

$$1) \quad \begin{cases} 3x - 1 \leq 5x + 7 \\ x + 4 > 2x - 1 \end{cases}$$

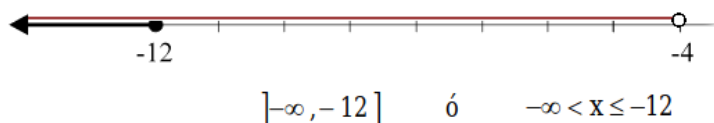
$$\begin{cases} 3x - 5x \leq 7 + 1 \\ x - 2x > -1 - 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x \leq 8 \\ -x > -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x < 5 \end{cases}$$



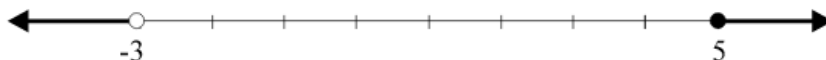
Las soluciones son todos los números comprendidos entre el 4, incluido, y el 5 excluido. Al conjunto de todos estos números se le denomina intervalo semiabierto o semicerrado. El corchete hacia adentro indica que el número correspondiente a ese extremo está incluido y el corchete hacia afuera indica que el número está excluido.

$$2) \quad \begin{cases} 3(2 - 5x) > 18 - 12x \\ x - 2 \geq 2x + 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 - 15x > 18 - 12x \\ x - 2 \geq 2x + 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -15x + 12x > 18 - 6 \\ x - 2x \geq 10 + 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -3x > 12 \\ -x \geq 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -4 \\ x \leq -12 \end{cases}$$



$$3) \quad \begin{cases} x \geq 5 \\ 2x < -6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x < -3 \end{cases}$$



El sistema no tiene solución, es decir, no hay números x que verifiquen a la vez las dos inecuaciones

EJERCICIOS: Marca la alternativa correcta

1. La máxima velocidad v permitida en carretera es de 120 Km/h. Al expresar matemáticamente esta proposición se tiene

- A) $0 < v \leq 120$
- B) $0 < v < 120$
- C) $0 < v \leq 119$
- D) $0 > 0$
- E) $v \geq 120$

2. ¿A lo más, cuántos lápices a \$200 cada uno, más un cuaderno de \$ 1.800 se pueden comprar con un billete de \$ 20.000?

- A) 88
- B) 89
- C) 90
- D) 91
- E) 92

3. La inecuación $2x + 5 > 1$ se satisface para los números:

- A) $x > 2$
- B) $x > -3$
- C) $x > 3$
- D) $x > -2$
- E) $x > -4$

4. Los valores que satisfacen la inecuación $2x - 8 \leq 4x$ se encuentran en el intervalo:

- A) $]-\infty, -1]$
- B) $[-4, \infty+[$
- C) $]-\infty, 1]$
- D) $[-4, \infty+[$
- E) $]-\infty, -4[$

5. ¿Cuál de los siguientes valores de x cumple la desigualdad $\frac{x+2}{2} \leq -1$?

- A) -5
- B) -2
- C) -1
- D) 0
- E) 1

6) La solución de la inecuación $|x-2| < 5$ es:

- A) $]-3, 7[$
- B) $[-3, 7[$
- C) $]-\infty, -3[\cup]7, \infty+[$
- D) $[-7, 3]$
- E) $]-7, 3[$

7. La solución de la inecuación $|2x+3| > 7$ es:


- A) $]-5, 2[$
- B) $[2, \infty+[\cup]-\infty, -5]$
- C) $]-\infty, -5[\cup]2, \infty+[$
- D) $[-\infty, 2]$
- E) $]-7, 3[$

8. La solución de la inecuación $\frac{x+3}{x+1} > 0$ es

- A) $]-\infty, 1[$
- B) $]-\infty, -3[\cup]1, 3]$
- C) $]-\infty, -3[\cup]-1, \infty+[$
- D) $]-\infty, -1]$
- E) $]-3, 1[$

9. La solución gráfica  corresponde a la inecuación

- A) $2x + 1 \geq 7$
- B) $2x + 1 \leq 7$
- C) $2x + 1 > 7$
- D) $x - 8 > 3$
- E) $x - 7 < 3$

10. La solución gráfica  inecuación corresponde a la

- A) $|4x + 2| \leq 6$
- B) $|4x + 2| \geq 6$
- C) $|4x + 2| \geq -2$
- D) $|4x + 2| > 6$
- E) $|4x + 2| \leq 1$

11. Un artesano tiene x collares, vende 60 y le quedan más de la mitad. Tras esta venta fabrica 5 collares más, vende 27 y le quedan menos de 40 collares. ¿Cuántos collares fabricó en total?

- A) 120
- B) 121
- C) 125
- D) 126
- E) 127

12) Si $p \in \mathbb{R}$ tal que $0 < p < 1$, entonces se cumple que

- A) $p^2 = 2p$
- B) $p^2 < p^3$
- C) $p^2 > p^3$
- D) $p^2 > 4p$
- E) $p^3 < -1$

13. Al resolver la inecuación $\frac{x+3}{3} - \frac{4}{x+2} > \frac{x}{3}$ se obtiene como solución el intervalo

- A) $]-\infty, -2[\cup]2, \infty+[$
- B) $]-2, 2[$
- C) $]-\infty, -2[$
- D) $]2, \infty+[$
- E) $]-\infty, -2] \cup]-2, \infty+[$

14. El intervalo $] -3, \infty + [$ es solución de la inecuación

- A) $-x < 3$
- B) $x < 3$
- C) $3 \leq x$
- D) $2x < 6$
- E) $2x > 6$

15. La solución del siguiente sistema de inecuaciones $\begin{cases} 2x - 1 < 3x + 2 \\ 5x + 2 \geq 2(x + 4) \end{cases}$ es el conjunto

- A) $\{x \in R / x > -3\}$
- B) $\{x \in R / x \geq -3\}$
- C) $\{x \in R / x > 2\}$
- D) $\{x \in R / x \geq 2\}$
- E) $\{x \in R / -3 < x \leq 2\}$

16. El intervalo solución del siguiente sistema es

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x < 4 \\ 2(x - 1) > 5 \end{cases}$$

- A) R
- B) $[3, 4[$
- C) $\left] \frac{7}{2}, 4 \right[$
- D) $] -\infty, 4[$
- E) $] 3, \infty + [$

17. ¿A cuál intervalo pertenecen los números reales que son mayores que su cuadrado?

- A) $] -\infty, 1[$
- B) $] 0, 1 + [$
- C) $] 0, \infty + [$
- D) $[0, 1]$
- E) $] -1, 0[$

18. El conjunto de números reales que se encuentran a lo más a 13 unidades del número 6 es

- A) $x \in [-19, 7]$
- B) $x \in [-19, -7]$
- C) $x \in [-7, 19]$
- D) $x \in [-6, 19]$
- E) $x \in [-19, -6]$

19. Si $0 < x < 1$; entonces ¿cuál(es) de las siguientes desigualdades es (son) verdadera(s)?

- I) $2 - x^2 < 2 + x^2$
- II) $3 - x^2 < 3 - x$
- III) $1 + x^2 < (1 + x)^2$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y III
- E) I, II y III

20. Se desea confeccionar un marco rectangular cuyo perímetro sea menor a 120 cm, pero no menor que 90 cm. Si el largo es el doble del ancho, ¿entre qué valores, en cm, variará el ancho k ?

- A) $15 \leq k < 20$
- B) $15 \leq k \leq 20$
- C) $30 \leq k \leq 40$
- D) $30 \leq k < 40$
- E) $45 \leq k < 60$

21. ¿Cuántos números enteros cumplen simultáneamente con las dos condiciones siguientes?

- I) El triple del número no supera su mitad, aumentada en 25 unidades
- II) El exceso del cuádruplo del número sobre 2 supera las 6 unidades

- A) 6
- B) 7
- C) 8
- D) 9
- E) 10

22. Si 8 veces un número disminuye en 6 unidades resulta un número menor que 42, entonces el número debe ser menor que

- A) 24
- B) 19
- C) 6
- D) $\frac{19}{4}$

E) Ninguno de los valores anteriores

23. Se desea colocar 24 libros en un armario que tiene dos niveles. En el nivel superior se ubicarán 7 o más libros y en el nivel inferior, menos del doble que en la parte superior, pero más de 13. ¿cuántos libros podremos colocar en el nivel superior?

- A) 7 ó más
- B) 9
- C) 10
- D) más de 8
- E) 9 ó 10

24. La señora Ana pesa 20 kilos más que su esposo Pedro y el doble que su hijo Cristóbal. Si

entre los tres pesan a lo menos 180 Kilos, ¿cuál es el peso mínimo de Pedro?

- A) 60 Kilos
- B) 50 kilos
- C) 40 Kilos
- D) 30 Kilos
- E) 20 Kilos

25. Sean $a, b \in \mathbb{R}^+$, entonces ¿cuál (es) de las siguientes desigualdades es (son) siempre verdadera(s)?

I) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ II) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ III) $a^2 + b^2 \geq 4ab$

- A) Sólo I
- B) Sólo III
- C) Sólo I y II
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

26. Si $a < b$ ¿Cuál (es) de los siguientes números son siempre negativos?

I) ab^2 II) $a - b$ III) $a^2 + b^2 \geq 4ab$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y II
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

27. En un teatro con capacidad para 500 personas se recaudaron más de \$2.000.000 el día del estreno de una obra dramática. Si la entrada valía \$ 6.000, ¿cuántos espectadores asistieron ese día a la función?

- A) 500 espectadores
- B) Menos de 500 espectadores
- C) El número de asistentes es mayor que 333 y menor o igual que 500
- D) 333 espectadores
- E) 334 espectadores

28. Se pide encontrar la longitud del mayor de los lados de un triángulo ABC, sabiendo que está medida por un número entero

- (1) Dos de los lados del triángulo miden 2 cm y 9 cm
- (2) El triángulo ABC es escaleno

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

29. Después de un viaje, a Francisca le sobraron algunos dólares y algunos francos. Si por aquel entonces una moneda de 1 dólar equivalía a \$420 y un franco a \$90, ¿cuántos francos tenía Francisca?

- (1) Francisca tenía la mitad de monedas de un dólar que de un franco
- (2) El valor en pesos de los dólares y francos que tenía estaba entre \$5.500 y \$6.100

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

30. Si a , b y c son números naturales, entonces se puede determinar el orden decreciente de a , b y c si

- (1) $a + b = c$
- (2) $a < c$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

RESPUESTAS

1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)	8)	9)	10)	11)	12)	13)	14)	15)
A	D	D	B	A	A	C	C	A	A	B	C	A	A	D
16)	17)	18)	19)	20)	21)	22)	23)	24)	25)	26)	27)	28)	29)	30)
C	B	C	D	A	C	C	E	A	C	B	C	E	C	C