Colegio Valentín Letelier
Asignatura Matemáticas
Profesora Paloma Caballero
pcaballero@cvl.cl

Guía de Aprendizaje

Unidad: 1 Subsector: Algebra Nivel: Cuarto Medio
Objetivo de aprendizaje: AE 2 Resolver problemas utilizando inecuaciones lineales o sistemas de inecuaciones lineales.

Nombre: ______________________________________ Curso: Cuarto medio A Fecha:

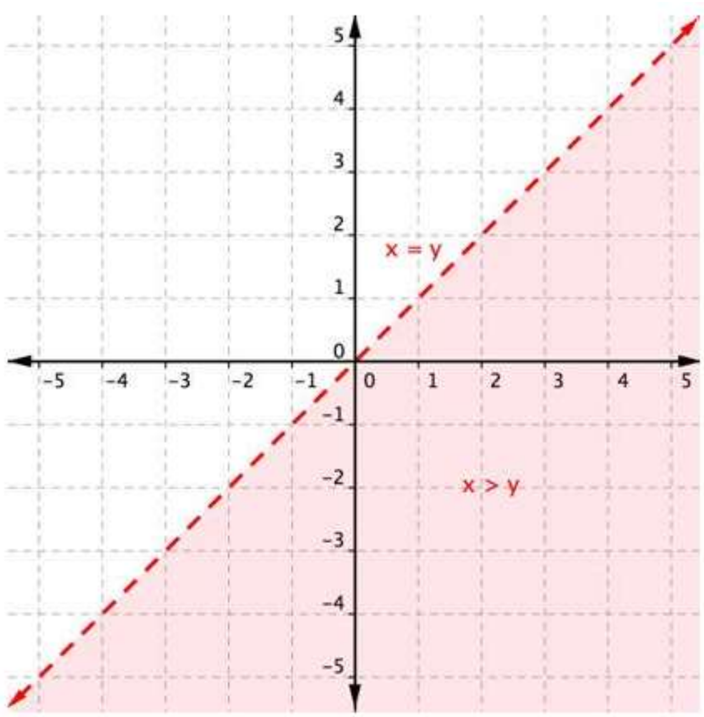
Instrucciones: (Leídas en silencio)

- ✓ Lee atentamente esta guía.
- ✓ Trabaja en forma individual.
- ✓ Pégala en tu cuaderno o archívala en tu carpeta.

Desigualdades Lineales como Regiones

Las desigualdades lineales son diferentes a las ecuaciones lineales, si bien puedes aplicar lo que sabes sobre ecuaciones para ayudarte a entender las desigualdades. Las desigualdades y las ecuaciones son enunciados matemáticos que comparan dos valores. Las ecuaciones usan el símbolo =; las desigualdades se representan con los símbolos <, ≤, >, y ≥.

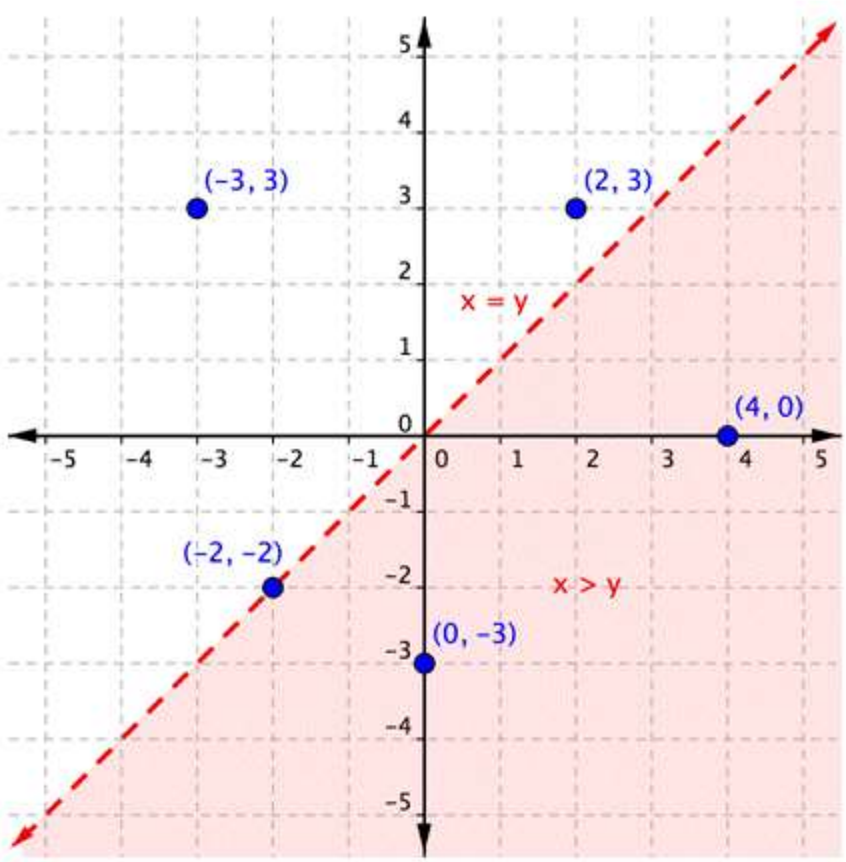
Una manera de visualizar desigualdades de dos variables es graficarlas en el plano de coordenadas. Así es como se ve la desigualdad x > y. La solución es la región sombreada.



Hay algunas cosas que debemos notar. Primero, observa la recta límite roja y punteada: esta es la gráfica de la ecuación lineal relacionada x = y. Segundo, observa la región roja a la derecha de la recta. Esta región (excluyendo la recta x = y) representa el conjunto de soluciones de la desigualdad x > y. ¿Recuerdas que todos los puntos en la recta son soluciones de la ecuación lineal de una recta? Bueno, todos los puntos en una región son soluciones de la desigualdad lineal que representa esa región.

Pensemos en esto un momento — si x > y, entonces una gráfica de x > y mostrará todos los pares ordenados (x, y) donde la coordenada-x es mayor que la coordenada-y.

La gráfica de abajo muestra la región x > y así como algunos pares ordenados en el plano de coordenadas. Observa cada par ordenado. ¿Es la coordenada-x mayor que la coordenada-y? ¿Está el par ordenado dentro o fuera de la región sombreada?

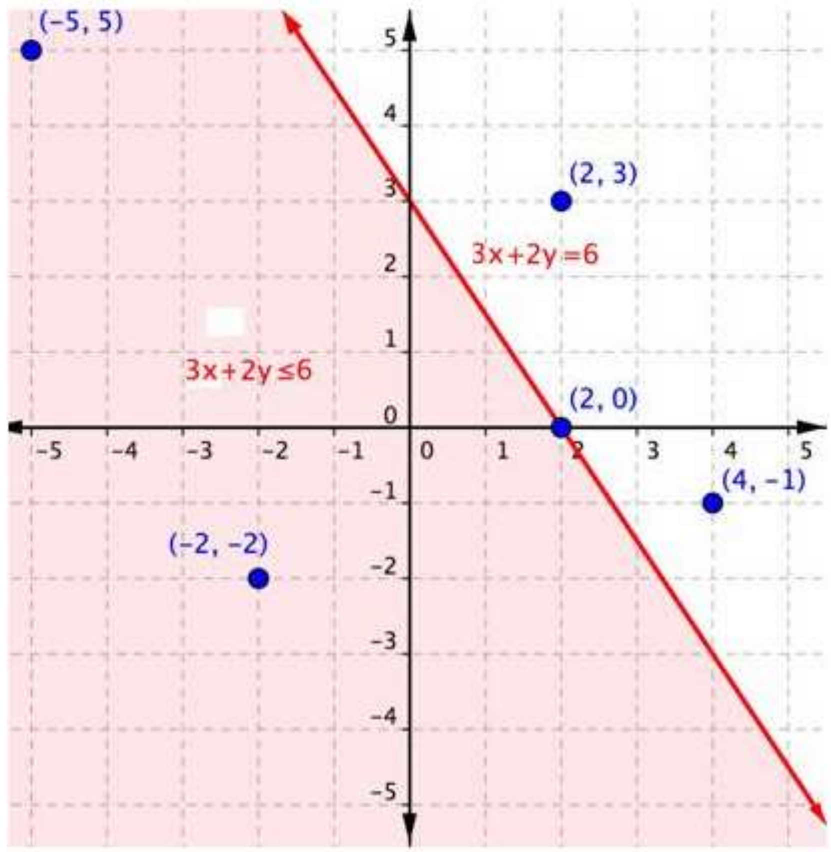


Los pares ordenados (4, 0) y (0, −3) están dentro de la región sombreada. En estos pares ordenados, la coordenada-x es más grande que la coordenada-y. Estos pares ordenados están en el conjunto solución de la ecuación x > y.

Los pares ordenados (−3, 3) y (2, 3) están fuera de la región sombreada. En estos pares ordenados, la coordenada-x es más *pequeña* que la coordenada-y, por lo que no están incluidos en el conjunto solución de la desigualdad.

El par ordenado (−2, −2) está en la recta límite. No es una solución porque −2 no es mayor que −2. Sin embargo, si la desigualdad hubiera sido $x \geq y$ (se lee como “x es mayor o igual que y"), entonces (−2, −2) habría sido incluido (y la recta habría sido representada por una línea sólida, no una línea punteada).

Veamos otro ejemplo: la desigualdad $3x + 2y \leq 6$. LA gráfica siguiente muestra la región de valores que vuelve la desigualdad válida (rojo sombreado), la recta límite $3x + 2y = 6$, así como un grupo de pares ordenados. Esta vez, a recta límite es sólida, porque puntos en la recta límite $3x + 2y = 6$ también son válidos en la ecuación $3x + 2y \leq 6$.



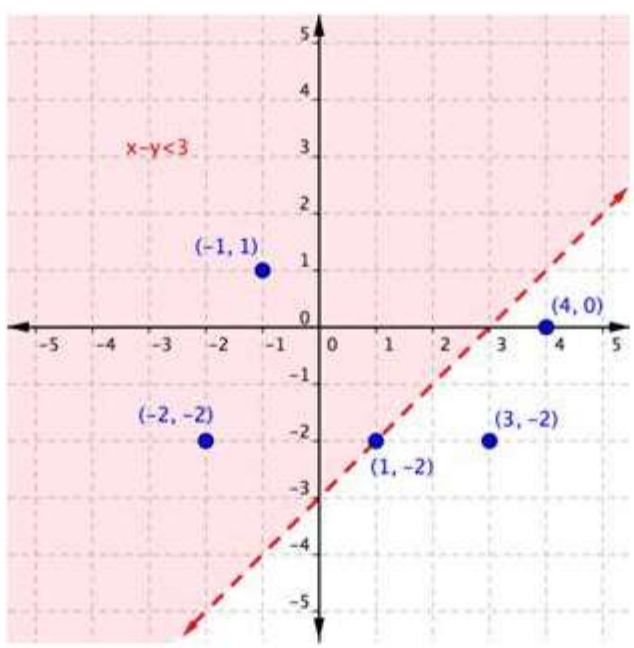
Como hiciste en el ejemplo anterior, puedes sustituir los valores de x y, y en cada uno de los pares ordenados (x, y), en la desigualdad para encontrar soluciones. Si bien pudiste hacerlo en la mente para la desigualdad $x > y$, a veces construir una tabla de valores tiene sentido para desigualdades más complicadas.

Par Ordenado	Hace a la desigualdad $3x + 2y \le 6$ un enunciado válido	Hace la desigualdad $3x + 2y \le 6$ un enunciado inválido
(−5, 5)	$3(-5) + 2(5) \le 6$ $-15 + 10 \le 6$ $-5 \le 6$	
(−2, −2)	$3(-2) + 2(-2) \le 6$ $-6 + (-4) \le 6$ $-10 \le 6$	
(2, 3)		$3(2) + 2(3) \le 6$ $6 + 6 \le 6$ $12 \le 6$
(2, 0)	$3(2) + 2(0) \le 6$ $6 + 0 \le 6$ $6 \le 6$	
(4, −1)		$3(4) + 2(-1) \le 6$ $12 + (-2) \le 6$ $10 \le 6$

Si sustituimos (x, y) en la desigualdad y obtenemos un enunciado válido, entonces el par ordenado es una solución de la desigualdad, y el punto estará graficado dentro de la región sombreada o será parte de la recta límite sólida. Un enunciado falso significa que el par ordenado no es una solución, y el punto estará fuera de la región sombreada, o será parte de una recta límite punteada.

EJEMPLO 1

Usa la grafica para determinar que pares ordenados son soluciones de la desigualdad x-y<3



	Las soluciones estarán localizadas en la región sombreada. Como este es un problema de "menor que", los pares ordenados en la recta límite no están incluidos en el conjunto solución.
$(-1, 1)$ $(-2, -2)$	Estos valores están localizados en la región sombreada, por lo que son soluciones (Cuando se sustituyen en la desigualdad $x - y < 3$, producen enunciados válidos.)
$(1, -2)$ $(3, -2)$ $(4, 0)$	Estos valores no están localizados en la región sombreada, por lo que no son soluciones (Cuando se sustituyen en la desigualdad $x - y < 3$, producen enunciados inválidos.)

Respuesta $(-1, 1)$, $(-2, -2)$

EJEMPLO 2

¿Es (2, −3) una solución de la desigualdad Y < −3X + 1?

$y < -3x + 1$	Si $(2, -3)$ es una solución, entonces dará un enunciado válido cuando se sustituye en la desigualdad $y < -3x + 1$.
$-3 < -3(2) + 1$	Sustituye $x = 2$ y $y = -3$ en la desigualdad.
$-3 < -6 + 1$	Evalúa.
$-3 < -5$	Este enunciado **no** es válido, por lo que el par ordenado $(2, -3)$ **no** es una solución.

Respuesta $(2, -3)$ no es una solución.

EJERCICIOS: Resuelva los siguientes problemas de inecuaciones

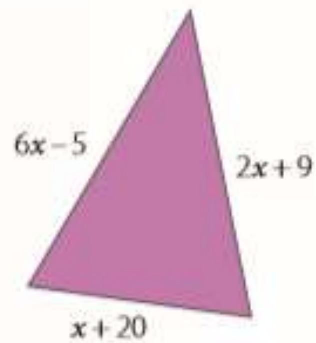
1) Mariana tiene la mayor edad posible que resulta de resolver las inecuaciones:

$$x < 50 - 3x \text{ y } 10x + 24 < 16x + 2$$

¿cuál es la edad de Mariana?

2) Cristina gana, por hora, el doble de lo que gana Daniela. Si Cristina trabaja 8 horas y Daniela, 5 horas, juntas ganan menos de \$ 126 000. ¿Cuánto podrá ganar Daniela por hora, como máximo?

3) Determina las medidas máximas de los lados del triángulo de la figura, si su perímetro debe ser menor que 60 cm.



4) Si el área de un triángulo rectángulo es menor que 80 cm^2 y la base es 10 cm, ¿qué valores puede tomar la altura?

5) ¿Cuánto debe medir el radio de una circunferencia de modo que su perímetro sea como mínimo 50,24 cm? Considera $\pi = 3{,}14$.

6) ¿Cuánto debe medir el diámetro de una circunferencia de modo que su área sea, a lo más, 200,96 cm^2? Considera $\pi = 3{,}14$ cm.

7) Fabián quiere repartir \$ 114 000 entre sus dos hijos. Si al mayor le corresponde el doble que al menor, ¿cuáles son las máximas cantidades que puede recibir cada uno?