



Guía de Aprendizaje

Unidad: Álgebra

Subsector: Matemática

Nivel: IV Medio

Objetivo Aprendizaje: Modelar situaciones o fenómenos de las ciencias naturales mediante la función potencia

$$f(x) = a \cdot x^2 \text{ con } |z| \leq 3$$

Objetivo de la Guía: Comprender función potencia. Desarrollar habilidades para resolver preguntas tipo PSU sobre el tema.

Nombre: _____ **Curso:** _____ **Fecha:** / / _____

Función potencia

La Función potencia, son todas aquellas funciones que son de la forma;

$$f(x) = ax^n$$

Donde **a** y **n** son números reales distintos de 0. La Función potencia está definida para los números reales, entonces $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

Ejemplos de funciones potencia son:

$$f(x) = 3x^2$$

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3$$

$$f(x) = x^{-6}$$

Grafica de las funciones potenciales

Analizaremos los casos en que el exponente es un número entero, donde su gráfica dependerá si tiene un exponente par positivo, impar positivo, par negativo o impar negativo. Además, veremos como el valor de **a** influye en la gráfica.

Exponente par positivo.

Si el exponente **n** de la función $f(x) = ax^n$ es un número par positivo, la gráfica será una curva simétrica con respecto al eje **y**.

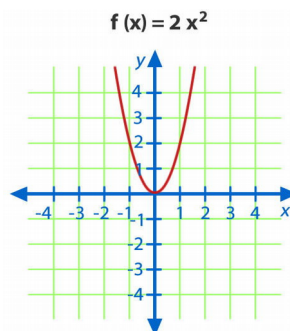
(Si recuerdan cuando estudiamos la función cuadrática, el exponente era 2, osea un número par y nuestra gráfica era una parábola, curva simétrica con respecto al eje **y**, todo con respecto a este caso “debería” ser familiar para ustedes)

El dominio de la función siempre serán todos los números reales. $Dom f(x) = \mathbb{R}$

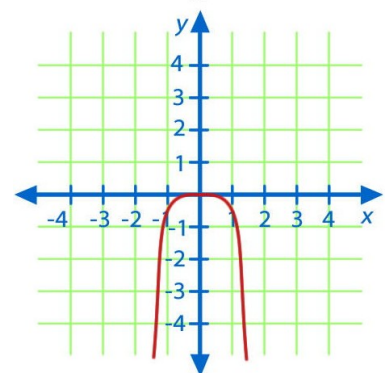
El recorrido de la función dependerá del signo de **a**;

- Si $a < 0$ (**a** menor que cero), la curva estará abierta hacia abajo, en el tercer y cuarto cuadrante, y el vértice será el punto más alto de la gráfica. El recorrido son todos los números reales negativos incluido el 0 $Rec f(x) = \mathbb{R}^-$. Ejemplo;

- Si $a > 0$ (**a** es mayor que cero), la curva estará abierta hacia arriba, en el primer y segundo cuadrante, y el vértice será el punto más bajo de la gráfica. El recorrido son todos los números reales positivos incluido el 0. Ejemplo;



$$f(x) = -\frac{3}{5}x^6$$



Nota: en los dos casos, el vértice es (0,0)

Exponente impar positivo.

Si el exponente n de la función $f(x) = ax^n$ es un número impar positivo, la gráfica será una curva simétrica con respecto al origen.

El dominio siempre es el conjunto de los números reales, es decir que x puede tomar cualquier valor real.

El recorrido siempre es el conjunto de los números reales, independiente del valor que tome a .

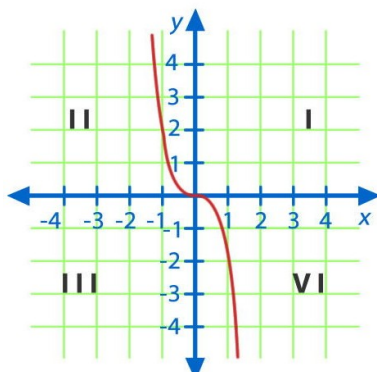
$$\text{Dom}f(x) = \mathbb{R}$$

$$\text{Rec}f(x) = \mathbb{R}$$

Cuando $a < 0$, la gráfica se encuentra en el segundo y cuarto cuadrante, y la función siempre es decreciente.

Ejemplo;

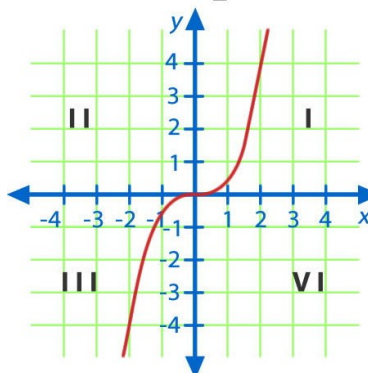
$$f(x) = -2x^3$$



Cuando $a > 0$, la gráfica se encuentra en el primer y tercer cuadrante, y la función siempre es creciente.

Ejemplo;

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3$$



En todos los casos la gráfica pasa por el origen.

Exponente par negativo

Si el exponente n de la función $f(x) = ax^n$ es un número par negativo, la función tiene dos asíntotas, que son los ejes x e y .

El dominio de la función son los números reales diferentes de 0. $\text{Dom}f(x) = \mathbb{R} - \{0\}$

El recorrido de la función dependerá del signo de a ;

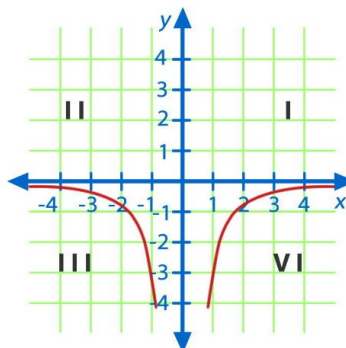
- Si $a < 0$, las curvas irán hacia abajo, la gráfica estará en el tercer y cuarto cuadrante. El recorrido son todos los números reales negativos.

$$\text{Rec}f(x) = \mathbb{R}^-$$

Para todos los valores negativos de x , la función decrece, y para todos los valores positivos de x , la función es creciente.

Ejemplo;

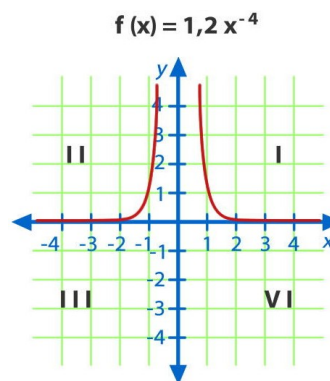
$$f(x) = -3x^{-2}$$



- Si $a > 0$, las curvas irán hacia arriba, la gráfica estará en el primer y segundo cuadrante. El recorrido son todos los números reales positivos.

$$\text{Recf}(x) = \mathbb{R}^+$$

En este caso, para todos los valores negativos de x , la función es creciente, y para todos los valores positivos de x , la función es decreciente.
Ejemplo;



Exponente impar negativo.

Si el exponente n de la función $f(x) = ax^n$ es un número impar negativo, la función tiene dos asíntotas, que son los ejes x e y .

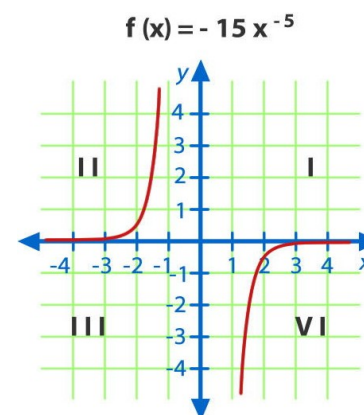
El dominio de la función son los números reales diferentes de 0.

El recorrido de la función son los números reales diferentes de 0, independiente del valor que tome a .

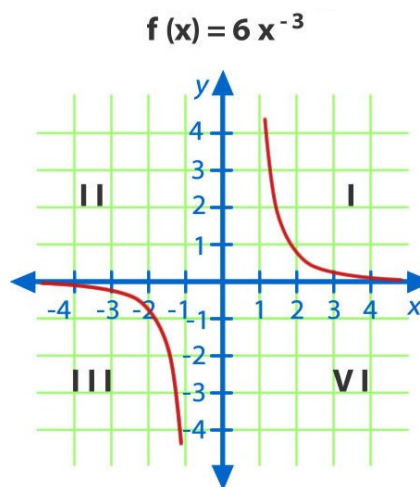
$$\text{Domf}(x) = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$\text{Recf}(x) = \mathbb{R} - \{0\}$$

- Si $a < 0$, la gráfica estará en el segundo y cuarto cuadrante. La función es creciente.
Ejemplo;

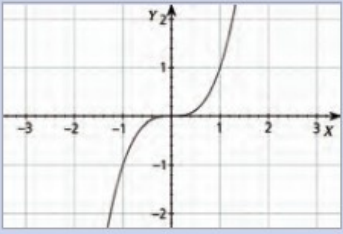
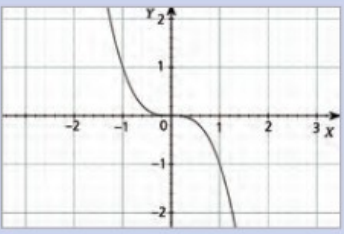
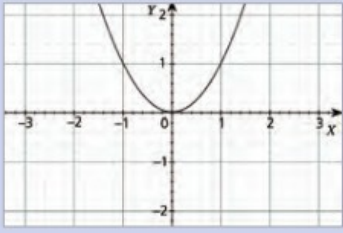
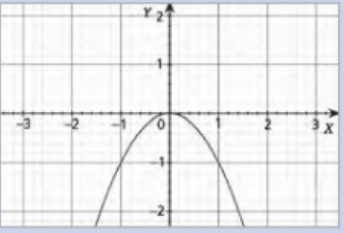


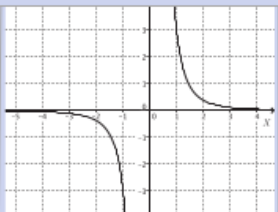
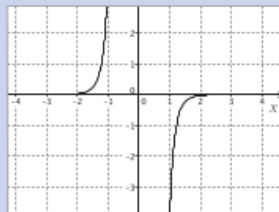
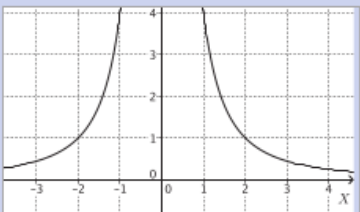
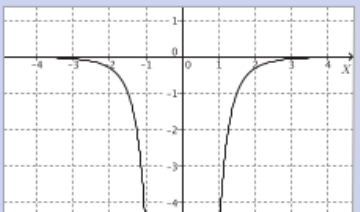
- Si $a > 0$, la gráfica estará en el primer y tercer cuadrante. La función es decreciente.
Ejemplo;



Nota: Las asíntotas son rectas a las cuales la función se va acercando indefinidamente, se clasifican en tres tipos; Horizontales, verticales y oblicuas.

En el texto de Matemáticas puedes encontrar la materia y las siguientes tablas de resumen de las distintas formas que toma la función potencia dependiendo de los valores de sus variables.

	$a > 0$	$a < 0$
n impar		
n par		

	$a > 0$	$a < 0$
n negativo impar		
n negativo par		

Cualquier duda o lo que necesiten a mi correo rmunoz@cvl.cl o +56977296805

En el primer video hay una clase, es larga y carece de mi alegría y simpatía, pero esta buena, luego un video donde se resuelven ejercicios.

<https://www.youtube.com/watch?v=XQ6YsRHtPyw>

<https://www.youtube.com/watch?v=ncruqgXb5DI&pbjreload=10>

Si alguno de ustedes tiene ganas de preparar PSU en este tiempo, avísenme y yo les puedo mandar material del tema que necesiten. Espero nos veamos pronto, cuidense.

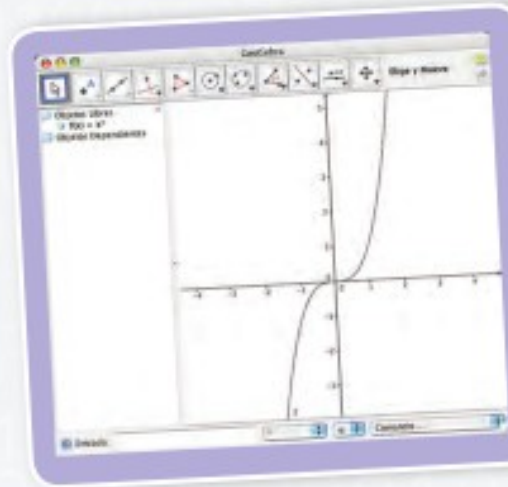
Te recomiendo realizar la actividad de la página 112 del Texto de Matemáticas.

GeoGebra es un *software* libre que relaciona aritmética, geometría, álgebra y cálculo. Por una parte, es un sistema de geometría interactiva, en el que se pueden construir puntos, vectores, rectas y funciones, y luego modificarlas dinámicamente. Pero también se pueden ingresar las ecuaciones y coordenadas directamente y obtener las gráficas correspondientes. Esto permite construir y analizar gráficas de diversas funciones.

Para descargar este programa ingresa a www.geogebra.org/cms/es (o bien a <https://web.geogebra.org/app/>). Púlsate el botón **Descarga**, y luego haz clic en el botón **Java Webstart**. De este modo podrás trabajar con este *software* sin tener la necesidad de instalarlo en tu computador.

Para graficar una función, se escribe directamente en la celda **Entrada**, ubicada en la parte inferior de la ventana. Si la función tiene potencias, los exponentes se anotan a continuación del símbolo \wedge . Por ejemplo, para graficar $f(x) = x^3$ se escribe $f(x)=x^3$ y luego se presiona **Enter**.

Con un compañero, realicen las siguientes actividades.



1. Utilizando GeoGebra, grafiquen simultáneamente las siguientes funciones. Luego, respondan.

- a. $f(x) = x^4$ b. $f(x) = x^6$ c. $f(x) = x^8$ d. $f(x) = x^{10}$

- Las funciones dadas, ¿son simétricas?, ¿por qué?
- A medida que el exponente aumenta, ¿qué pueden observar en las gráficas de las funciones?

2. Grafiquen simultáneamente las siguientes funciones y respondan.

- a. $f(x) = 0,05x^4$ b. $f(x) = 3x^4$ c. $f(x) = 5x^4$ d. $f(x) = 12x^4$

- ¿Qué sucede a medida que a crece?
- ¿Ocurrirá lo mismo para $a < 0$?, ¿cómo lo saben?

3. Grafiquen simultáneamente las siguientes funciones y respondan.

- a. $f(x) = 0,8x^3$ b. $f(x) = x^3$ c. $f(x) = 7x^3$ d. $f(x) = 10x^3$

- ¿Qué sucede a medida que a crece?
- ¿Ocurrirá lo mismo para $a < 0$?, ¿cómo lo saben?

4. Grafiquen simultáneamente las siguientes funciones y respondan.

- a. $f(x) = 8x^4$ b. $f(x) = 5x^4$ c. $f(x) = 2x^6$ d. $f(x) = 9x^6$

- ¿Cuál es el dominio de la función?, ¿y el recorrido?
- ¿Cuál es la diferencia entre la función potencia con exponente par positivo y otra con exponente par negativo?
- ¿Qué sucede si el exponente es impar negativo? Respondan a partir de la gráfica de $f(x) = x^{-3}$.